

# **EPISTEMOLOGÍA DEL RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO Y ALEATORIO Y SU DESARROLLO A PARTIR DE PROYECTOS DE TRABAJO ESTADÍSTICO COMO INNOVACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LOS OBJETOS DE ESTUDIO ESTOCÁSTICOS**

*Pedro Rocha Salamanca  
Profesor Universidad Distrital  
Bogotá, Colombia*

*Quedó desilusionado cuando golpeó a la puerta de adivina, y desde adentro una voz preguntó: ¿Quién es?*

*El presente trabajo presenta la importancia del desarrollo del pensamiento aleatorio y estadístico y propone una definición a tales formas de razonamiento. Igualmente se expone el dispositivo denominado proyecto de trabajo Estadístico que puede ser una forma innovadora en la labor docente cuando se enfrenten al problema de la enseñanza de objetos de estudio Estocásticos.*

## **INTRODUCCIÓN**

Existen dos ciencias que permiten el estudio de fenómenos aleatorios cotidianos las cuales son la probabilidad y la estadística, ramas de las matemáticas, que elaboran modelos para explicar situaciones que por presentar múltiples variables o efectos impredecibles son considerados o regidos por el azar y se denominan aleatorios, por lo tanto la probabilidad y la estadística son ciencias que tienen gran aplicabilidad en la vida diaria, pues mediante ellas pueden ser explicados y sustentados formalmente muchos sucesos.

Según la profesora Pilar Azcaráte Goded (1996), el estudio de los aspectos indeterminados de la realidad y su tratamiento matemático no era considerado objeto de estudio hasta bien entrada la enseñanza secundaria no era habitual. Sin embargo, en los últimos años hemos asistido a su reconocimiento, por parte de la comunidad educativa internacional, como elemento imprescindible de la formación básica de los ciudadanos, desde los primeros niveles educativos. Su comprensión proporciona una forma diferente de analizar la realidad, más adecuada para entender la complejidad del mundo y, además capacita a las personas para afrontar la toma de decisiones en situaciones afectadas por la incertidumbre tan habitual en nuestra sociedad.

Además dice que si en general todo cambio curricular tiene ciertas repercusiones en la formación del profesorado, en el caso del conocimiento también denominado estocástico éstas son ineludibles ya que su dominio comprensivo afecta a la propia estructuración del pensamiento, pues implica necesariamente la evolución y modificación del pensamiento determinista dominante. Por ello es necesario disponer de una clara información sobre aquellos aspectos que se han de tener en cuenta a la hora de afrontar procesos formativos, tanto de nivel inicial como permanente, en los que se encuentre implicado el conocimiento estocástico.

Como formadores de profesores, esta realidad nos sitúa en una difícil situación, ya que por su propia concepción novedosa, existen muy pocos datos sobre los diferentes aspectos relacionados con el tratamiento de estos problemas matemáticos en los primeros educativos básicos.

Cuando se interviene en algún proceso de formación se necesitan algunos imaginarios de naturaleza teórica que puedan señalar el camino que los futuros profesores deben de elaborar para un ejercicio eficiente de su profesión. Algunos interrogantes que se deberían contestar son: ¿Cómo han venido cambiando históricamente los enfoques relacionados con el conocimiento probabilístico? ¿Qué obstáculos epistemológicos e ideológicos se han presentado? ¿Cuáles son los esquemas conceptuales o enfoques de la probabilidad que son adecuados en su enseñanza? ¿Qué aspectos metodológicos de la ciencia estadística tienen algún interés educativo? ¿Cuál es el conocimiento escolar deseable para los alumnos en relación con el conocimiento probabilístico? ¿Cuáles son las concepciones de los alumnos en relación con el conocimiento probabilístico? ¿Qué pautas metodológicas favorecen la construcción significativa de dicho conocimiento?

Como se puede observar existen más preguntas que respuestas dentro de la complejidad de tal problemática educativa. Al abordar este campo de estudio nos enfrentamos igualmente con un conjunto de interrogantes de mucha importancia como por ejemplo:

- ¿Cómo perciben los estudiantes el mundo de la incertidumbre?
- ¿Qué concepciones tienen los estudiantes sobre las nociones básicas del conocimiento probabilístico?
- ¿Cómo interpretan y utilizan los estudiantes la información estadística?

El diseño, desarrollo y evaluación utilizando esta metodología de trabajo enriquece el proceso de aprendizaje en cuanto a que:

- Proporciona una estructuración de contextos mucho más abundantes en situaciones de aprendizaje.
- Simula el proceso que utilizaría un profesional en estadística dentro del aula de clase.
- El estudiante se convierte en un sujeto activo para el desarrollo de su conocimiento.

#### **SOBRE LA IMPORTANCIA DE LA ENSEÑANZA DE LO ALEATORIO Y LO ESTADÍSTICO**

Según Jorge Wagensberg (1994) “Lo naturalmente natural antes era lo determinista y lo reversible; lo artificialmente excepcional era lo aleatorio e irreversible. Hoy se acepta la idea exactamente opuesta. De este modo se ha creado un prometedor desconcierto en ciencia que no es (ése no) necesario transmitir a otras formas de conocimiento.... Molestos conceptos, antaño omitidos por indeseables, deben ser rehabilitados e introducidos. Tal ha ocurrido ya con ideas como las de azar, probabilidad, fricción, disipación, no equilibrio, no reversible, fluctuaciones... y tal deberá aún ocurrir con conceptos como estructura, función, organización, adaptación”.

No es extraño que dentro de los curriculum y particularmente en lo relacionado con la enseñanza de la matemática en la básica primaria como de secundaria, encontrar que el mayor énfasis se hace en las asignaturas que tienen que ver con el desarrollo del pensamiento espacial, numérico y métrico, por razones ya sea de tiempo o de requerimientos específicos de éstas asignaturas se ha

dejando de lado el tratamiento de los problemas relacionados con la incertidumbre, por tanto es conveniente el planteamiento de actividades que fortalezcan el pensamiento aleatorio dentro del aula.

De otro lado el interés en la enseñanza de la estadística sin lugar a dudas se debe, en parte al reconocimiento de la importancia que tiene el trabajo con datos en la vida cotidiana y en casi todas las ocupaciones. En notas periodísticas se presentan estadísticas económicas y sociales, así como encuestas a nivel nacional, datos médicos tanto de estudios epidemiológicos como de pruebas clínicas; datos comerciales y financieros. Muchos ciudadanos deben tratar con datos en mayor detalle dentro de sus trabajos. Agricultores y agroindustriales usan pronósticos de cosechas y resultados de pruebas de campo agrícolas. Los ingenieros se ocupan de datos sobre el rendimiento, la calidad y la confiabilidad de productos. Es cada vez más frecuente pedir a los obreros industriales que registren y actúen sobre los datos de control de procesos. Las ciencias de la salud utilizan datos para entregar diagnósticos. El mundo de los negocios también se maneja con base en datos de todo tipo. Hay apremiantes razones prácticas para aprender estadística.

El estudio de los fenómenos cuyos resultados individuales son inciertos pero que cuentan con un patrón regular de los mismos es muchas repeticiones se llaman aleatorios. "Aleatorio" no es sinónimo de fortuito, sino la descripción de un tipo de orden diferente del determinista que suele asociarse con la ciencia y las matemáticas. La probabilidad es la rama de las matemáticas que describe la aleatoriedad.

Las experiencias infantiles dentro y fuera de la escuela proporcionan menos contacto con la aleatoriedad que con los datos. Por ejemplo los estudiantes no incursionan en las áreas de las ciencias en las que aparece el comportamiento aleatorio (como la genética o la teoría cuántica) sino hasta cursos superiores en el mejor de los casos.

La incertidumbre es, desde luego, un aspecto presente en toda experiencia humana; es el orden en la incertidumbre lo que resulta difícil de observar en situaciones circunstanciales.

Los psicólogos han demostrado que nuestra intuición del azar contradice de manera profunda las leyes de la probabilidad que describen el comportamiento aleatorio real. Este entendimiento incorrecto es muy difícil de corregir por medio de la instrucción formal. Los intentos por enseñar probabilidad e inferencia estadística sin la preparación intuitiva adecuada constituyen un problema al introducir los datos y el azar como problemas de estudio.

El conflicto entre la teoría de la probabilidad y la manera como los estudiantes ven el mundo se debe, al menos en parte, al limitado contacto de los estudiantes con la aleatoriedad. Afortunadamente el estudio de datos provee un ambiente natural para tales experiencias. La prioridad del análisis de datos sobre la probabilidad y la inferencia formal es un principio importante en la enseñanza de la incertidumbre.

La experiencia con la variación en datos es un primer paso hacia el reconocimiento de la conexión entre estadística y probabilidad. En una etapa posterior, el papel de la aleatorización deliberada en los diseños estadísticos para producir datos refuerza esta conexión. Por último, la

inferencia estadística formal usa el lenguaje y los hechos de la probabilidad, para expresar el grado de confianza que podemos tener en las conclusiones sacadas de los datos.

Aunque la utilidad en la vida cotidiana de comprender la aleatoriedad es menos obvia que la necesidad de tratar con datos, los argumentos prácticos para enseñar el azar no están ausentes. Una meta de la instrucción en probabilidad es contribuir a que los estudiantes entiendan que la variación aleatoria, más que la causalidad determinista, explica muchos aspectos del mundo

## UNA APROXIMACIÓN A LA DEFINICIÓN DE PENSAMIENTO ALEATORIO Y ESTADÍSTICO

*Primera mujer: “¡Mira! ¡En esta revista te explican cómo quitarte cinco años de encima!”  
Segunda mujer “¡Qué bien! me llevo dos”*

En el presente apartado se intenta de manera provisional una definición a los dos objetos de estudio primordiales dentro del estudio y comprensión de los problemas anteriormente mencionados. El primero se refiere al denominado pensamiento aleatorio que se podría definir como; “una actitud que desarrollan las personas que les permite pensar de forma que entienden el mundo de manera que son capaces de tolerar la ambigüedad y la incertidumbre resultante de la complejidad<sup>1</sup> del mundo”. Tal tipo de pensamiento debe caracterizarse por:

1. El hecho que las personas incluyan en sus decisiones lo aleatorio, cambiando la lógica bivalente que en muchas situaciones aún prevalece en el mundo.
2. El entendimiento que la incertidumbre es un componente natural que incide dentro de las actividades, situaciones y acontecimientos de la cotidianidad.
3. Supuesto que los estados de la naturaleza se relacionan con el concepto de sistema abierto, que describe situaciones donde al fijar las condiciones iniciales, no necesariamente se podría predecir como se comportaría el sistema en un estado posterior, es decir, se considera la trama de las relaciones internas y con el medio como punto de partida para la comprensión de la dinámica de las transformaciones del sistema.

En relación la pensamiento estadístico se define como “una habilidad que le permite a los individuos realizar juicios utilizando criterios apoyados en el análisis de datos bajo un contexto determinado”. Los elementos centrales del pensamiento estadístico pueden resumirse de la siguiente manera<sup>2</sup>:

1. La omnipresencia de la variación en los procesos. Los individuos son variables: las mediciones repetidas del mismo individuo son variables. Los dominios del determinismo estricto en la naturaleza y en los asuntos humanos son bastante restringidos.
2. La necesidad de datos acerca de procesos. La estadística es resueltamente empírica, no especulativa. La atención a los datos tiene prioridad máxima.
3. El diseño de la producción de datos con la variación en mente. Conscientes de la fuentes de variación no controladas, se evitan muestras autoseleccionadas e insistimos en la realización

---

<sup>1</sup> Se entiende por complejidad la presentada por Illya Prigogine en *Tan Solo una ilusión. Una exploración del caos al orden. Metatemas 3*

<sup>2</sup> Tomado de Carmen Batanero *Didáctica de la Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, 2001*

de comparaciones en los estudios experimentales. Y la variación aleatoria se describe matemáticamente por la probabilidad.

4. La cuantificación de la variación. La variación aleatoria se describe matemáticamente por la probabilidad.
5. La explicación de la variación. El análisis estadístico busca los efectos sistemáticos subyacentes en la variabilidad aleatoria de los individuos y mediciones.

El pensamiento estadístico no es un hecho recóndito ni ajeno a la experiencia cotidiana. Pero no se desarrollara en los niños si no está presente en los currículos. Los estudiantes que empiezan su educación con ortografía y multiplicaciones esperan que el mundo sea determinista: aprenden con rapidez a esperar que una sola repuesta sea la correcta y las demás incorrectas, igualmente los profesores tenemos que trabajar para que estos desarrollos en la enseñanza sean un hecho que permita incorporar un pensamiento complejo transversalmente a todas las disciplinas y una formación superior y profesionalizadora del profesorado en la básica y media.

Por último las anteriores definiciones solo quieren dar un punto de partida que permita la discusión y reflexión de los temas relacionados con la educación estadística.

### **UNA MIRADA A LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD Y ESTADISTICA EN EL PAIS<sup>3</sup>.**

Según Rocha (2005) en Colombia se han realizado varias reformas que inciden en el estado actual de enseñanza de la probabilidad y estadística, tales innovaciones han traído consigo cambios con relación a los contenidos de los diferentes objetos de estudio estocástico que se abordan en los diferentes niveles educativos. Como resultado de estas transformaciones se encuentra dentro del contexto una gran variedad de temáticas dependiendo de la naturaleza o el enfoque del plan de estudios al que pertenecen (comercial, técnico, académico, pedagógico, etc., en la educación básica y media y, ciencias administrativas, financieras, sociales, medicas, etc. en el nivel superior.)

Cuando se piensa en el conocimiento que debe ser impartido en los colegios hay que referirse en primera instancia a los lineamientos curriculares que desarrollan el marco teórico y conceptual en torno al denominado Pensamiento aleatorio y estadístico<sup>4</sup> para los grados uno hasta once de la educación media y básica<sup>5</sup>. Se encuentra entonces con relación a los estándares por conjunto de grados dos unidades conceptuales:

- Descripción de un conjunto de datos (estadística descriptiva). Los indicadores de logros curriculares propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en la resolución 2343, en algunos de sus apartes, proponen “ la aplicación de algunos conceptos de estadística como son las medidas de tendencia central relacionadas con gráficas, tablas y otras representaciones donde los estudiantes puedan aplicarlas a situaciones de la vida real“ para los grados cuarto, quinto y sexto de educación básica; “interpreta los datos presentados en tablas y en diagramas, comprende y usa la media aritmética, mediana y la moda en un

<sup>3</sup> Este apartado esta basado en las experiencias de algunos profesores egresados del proyecto curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas.

<sup>4</sup> Para la discusión ver Memorias 4 encuentro Matemática Educativa Manizales 2002. Página 41.

<sup>5</sup> Para el análisis ver documento estándares Curriculares Área de matemáticas Cuadernos de matemática educativa No. 5 ASOCOLME. Capítulo Sexto pág. 58.

conjunto pequeño de datos y saca conclusiones estadísticas”. De igual manera para séptimo, octavo y noveno de educación básica “formula inferencias y argumentos coherentes utilizando las medidas de tendencia central y de dispersión para el análisis de los datos, interpreta informes estadísticos y elabora críticamente conclusiones”.

- Elementos de la teoría de probabilidad (descripción de eventos de tipo aleatorio, estimación de la probabilidad de un evento simple y compuesto, algunas distribuciones de probabilidad).

Con relación a la educación superior existe la tendencia en las facultades de distribuir el estudio de los objetos estadísticos en dos cursos casi siempre después de haberse realizado la instrucción en matemáticas y alrededor del tercero o cuarto semestre, utilizando las mismas categorías presentadas anteriormente, pero tratando de realizar el estudio con niveles de complejidad superiores. Así mismo, es recurrente la inclusión dentro del segundo curso de algunos métodos estadísticos (comprobación de hipótesis, análisis de varianza, modelos lineales, etc.) que son requeridos para el desarrollo curricular en semestres posteriores. Por último, en algunos planes de estudio, dependiendo de su naturaleza se encuentran algunas asignaturas que son necesarias para el desarrollo conceptual de los estudiantes, y que están directamente relacionadas con el razonamiento estadístico (muestreo, psicometría, econometría, didáctica de la estadística etc.)

El anterior panorama es solo parcial, ya que se presenta únicamente desde la perspectiva de los contenidos, sin embargo es necesario reflexionar en torno a algunos problemas estructurales que no permiten actualmente ver de forma compleja el estado del conocimiento de los estudiantes y la problemática de la enseñanza de la probabilidad y estadística. Entre ellos se presentan los siguientes:

Con relación a la enseñanza:

- Las escasas investigaciones en torno a la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y estadística en el país. ¿Cómo caracterizan los profesores de la educación básica, media y superior los fenómenos aleatorios?, ¿Qué concepciones tienen en torno a la probabilidad?, ¿Bajo qué modelo explicativo caracterizan el mundo de la incertidumbre y su tratamiento?
- La falta de desarrollo en torno a las herramientas metodológicas para la enseñanza de la estadística (material didáctico, libros de texto, formas de trabajo de aula, etc.). Por lo cual muchas veces la dejan en el último lugar en el mejor de los casos o en el peor omitiéndola de sus programas.
- Los profesores envueltos en la enseñanza de la probabilidad y estadística provienen de áreas diferentes, complicando en algunos casos el proceso de instrucción en el aula.

Con relación al conocimiento:

- El desconocimiento de los objetos de estudio estadísticos<sup>6</sup>, reflejándose en la escasa utilización de la estadística y la probabilidad en los diferentes ámbitos donde se desenvuelven profesores y estudiantes.
- La mayoría de los docentes fueron educados antes de la propuesta de los lineamientos

---

<sup>6</sup>. Los profesores del colegio Jhon F. Kennedy como parte de su investigación realizaron una encuesta donde encontraron que los profesores de la zona ocho admiten no saber la forma de enseñar estadística, igualmente aceptan que tienen muy poco conocimiento sobre la teoría estadística que tienen que enseñar en los diferentes niveles.

curriculares, por tanto pueden tener dificultades al momento de desarrollarlos.

- El predominio del pensamiento determinístico en los diferentes ámbitos sociales, culturales y algunos académicos, argumentado desde creencias y conocimientos elaborados a partir de su experiencia personal, lo cual provoca en sus explicaciones una débil concepción de la aleatoriedad y pocos instrumentos operativos ante situaciones que presentan algún nivel de incertidumbre.

Con relación al conocimiento de los profesores:

- La casi inexistencia de programas de formación y actualización de profesores en el área de estadística y probabilidad, no ha permitido la discusión en torno a qué enseñar a los profesores y futuros profesores, acerca del conocimiento probabilístico y su enseñanza.
- La ausencia de una comunidad académica que oriente y oxigene los diferentes procesos a desarrollar dentro de la enseñanza y el aprendizaje de la estadística.
- La carencia de medios de comunicación entre los profesores de estadística.

Según Azcárate(1996) , cita cuatro aspectos que impiden que la enseñanza de lo estocástico sea efectiva:

- El confuso papel de la probabilidad y la estadística en el currículo escolar.
- El débil vínculo entre la investigación y la instrucción.
- La escasa preparación de los profesores de matemáticas en esta materia.
- Y por último, la poca información clara sobre el proceso de aprendizaje y sus claves de desarrollo que, aún hoy, están siendo evaluados.”

Igualmente afirma que para superar estos inconvenientes es necesario conseguir que la estocástica sea una corriente principal del currículo escolar matemático, aumentar los fundamentos de los profesores y evolucionar sus concepciones sobre la probabilidad y la estadística.

Respecto a la formación matemática básica el énfasis estaría en potenciar el pensamiento aleatorio y el sistema de los datos dentro de la línea de la educación estadística. La educación estocástica (termino que influye tanto a la estadística como en la probabilidad) debe desarrollarse desde la escuela primaria hasta la universidad. El estudiante en su formación secundaria debe apreciar la importancia de la estadística como fuerte instrumento de conocimiento valido y útil para su vida personal.

Esto requiere que la estadística y la probabilidad se enseñe en la escuela y por consiguiente, la necesidad de extender dos actividades fundamentales Interrelacionadas: entrenamiento de profesores e investigación de la enseñanza.

#### **FUNDAMENTOS PARA EL MEJORAMIENTO DE LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA**

Intentando construir una propuesta para el mejoramiento de la educación estadística en el país se puede diferenciar varias líneas fundamentales que pueden dirigir la acción de los profesores, los

grupos de investigación y las diferentes instituciones, a partir de las discusiones realizadas por la comunidad académica internacional, ellos son<sup>7</sup>:

- 1.) El avance en la enculturación estadística del país.
- 2.) El desarrollo de propuestas didácticas teniendo como referente lo propuesto por Batanero.
  - a) La reflexión epistemológica sobre el significado de los conceptos que se pretende enseñar.
  - b) Análisis de las transformaciones del conocimiento para adaptarlos a los distintos niveles de enseñanza.
  - c) Estudio de las dificultades, errores y obstáculos de los alumnos en el aprendizaje y sus estrategias en la resolución de problemas.
  - d) Análisis del currículo.
3. La investigación en Educación Estadística.
4. Nuevas Tecnologías.
5. Razonamiento inferencial.

## **I. LA CONCEPCIÓN DE PROFESOR INMERSA EN LA PROPUESTA<sup>8</sup>.**

Se puede afirmar que:

- Todo profesor que sobreviva en su trabajo, posee un conocimiento caracterizable como un saber hacer. Es decir, es un **conocimiento práctico, un saber cómo**.
- Es un **conocimiento complejo** pues es **multirrelacional, sistémico y reflexivo**.
- Es un **conocimiento reconstructivo**., pues antes de ejercer esta profesión, el futuro profesor ya dispone de unas concepciones acerca de lo que es ser profesor, de la materia que enseña, y de las acciones que éste debe realizar en el aula.

De otro lado Pilar Azcárate determina tres aspectos básicos que los profesores y futuros profesores han de conocer y reflexionar si quieren afrontar, con ciertas garantías de éxito, la enseñanza del conocimiento estadístico. Estos son:

- a) El propio campo conceptual y sus características.
- b) Los aspectos del desarrollo cognitivo y del aprendizaje.
- c) Las peculiaridades de su enseñanza.

## **II. ELEMENTOS CONCEPTUALES QUE SUSTENTAN LA PROPUESTA DE MODELO DE ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA**

El modelo se basa principalmente en tres elementos conceptuales; 1. El desarrollo de proyectos de trabajo estadístico como estrategia didáctica, 2. La teoría de situaciones didácticas para el diseño del trabajo de aula y 3. El análisis exploratorio de datos como método de trabajo estadístico.

### **1. Modelo de proyectos de trabajo estadístico en la enseñanza de objetos estocásticos**

El proyecto de aula ha tenido diferentes definiciones y desarrollos dentro de la teoría como dispositivo didáctico, que en este apartado se entenderá como lo propone Rocha (2006); **las**

---

<sup>7</sup> Este apartado presenta los acuerdos presentados por Carmen Batanero en *LOS RETOS DE LA CULTURA ESTADÍSTICA*

<sup>8</sup> En este apartado se tomará como referente teórico algunos elementos que actualmente son desarrollados dentro de la propuesta del proyecto curricular de Licenciatura en Ecuación Básica con énfasis en matemáticas de la Universidad Distrital F.J.C.



**diferentes acciones de diseño, gestión y evaluación que realiza el profesor para que sus estudiantes se puedan enfrentar a la solución de un problema ubicado en un contexto aplicado donde enseñe algún objeto de estudio estocástico.**

Un proceso de estudio dirigido, formalizado en el entorno del aula de clase y en una institución escolar es lo que puede ser estudiado cuando se indaga en relación a las REA (Ruta de estudio y aprendizaje en el aula), para lo cual el EOS (Enfoque ontosemiótico en los procesos de instrucción estadística) propone y define criterios de idoneidad didáctica en los concerniente a las acciones del profesor denominada Ruta docente (grupo Crisálida<sup>9</sup>) o trayectoria docente (Godino 2002)<sup>10</sup>.

La idoneidad didáctica definida como: “la articulación coherente y eficaz de las distintas dimensiones implicadas en los procesos de estudio matemático: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional y ecológica. (Godino, 2006)”

El diseño del trabajo del profesor utilizando proyectos de aula, cuando se enseñan objetos de estudio estadísticos o probabilísticos puede permitir el enriquecer el proceso de aprendizaje en cuanto a:

1. Proporciona una estructuración de contextos mucho más abundantes en situaciones de aprendizaje.
2. El trabajar dentro del aula simulando el proceso que utilizaría un estadístico profesional.
3. El estudiante se convierte en un sujeto activo para el desarrollo de su conocimiento.

### ***Etapas del proyecto de aula desde la perspectiva del profesor como método de resolución de problemas***

Un proyecto de aula se caracteriza principalmente por desarrollar el método de trabajo estadístico donde:

1. Se aborda desde un problema de aplicación (que debe ubicarse en algún contexto de aplicación social, económico, político, etc.).
2. Se propone si es necesario una hipótesis estadística.
3. Se recopila si es necesario una o mas muestras aleatorias, utilizando alguna técnica de muestreo.
4. Se supone un modelo probabilístico o estadístico que según el investigador represente de manera acertada la situación problema.
5. A partir de la información recolectada se calculan las estadísticas de interés y se analizan los resultados de las inferencias, estimaciones o pronósticos.
6. Se verifican los supuestos sobre los cuales teóricamente el modelo reposa.
7. Se evalúa el método de solución.

---

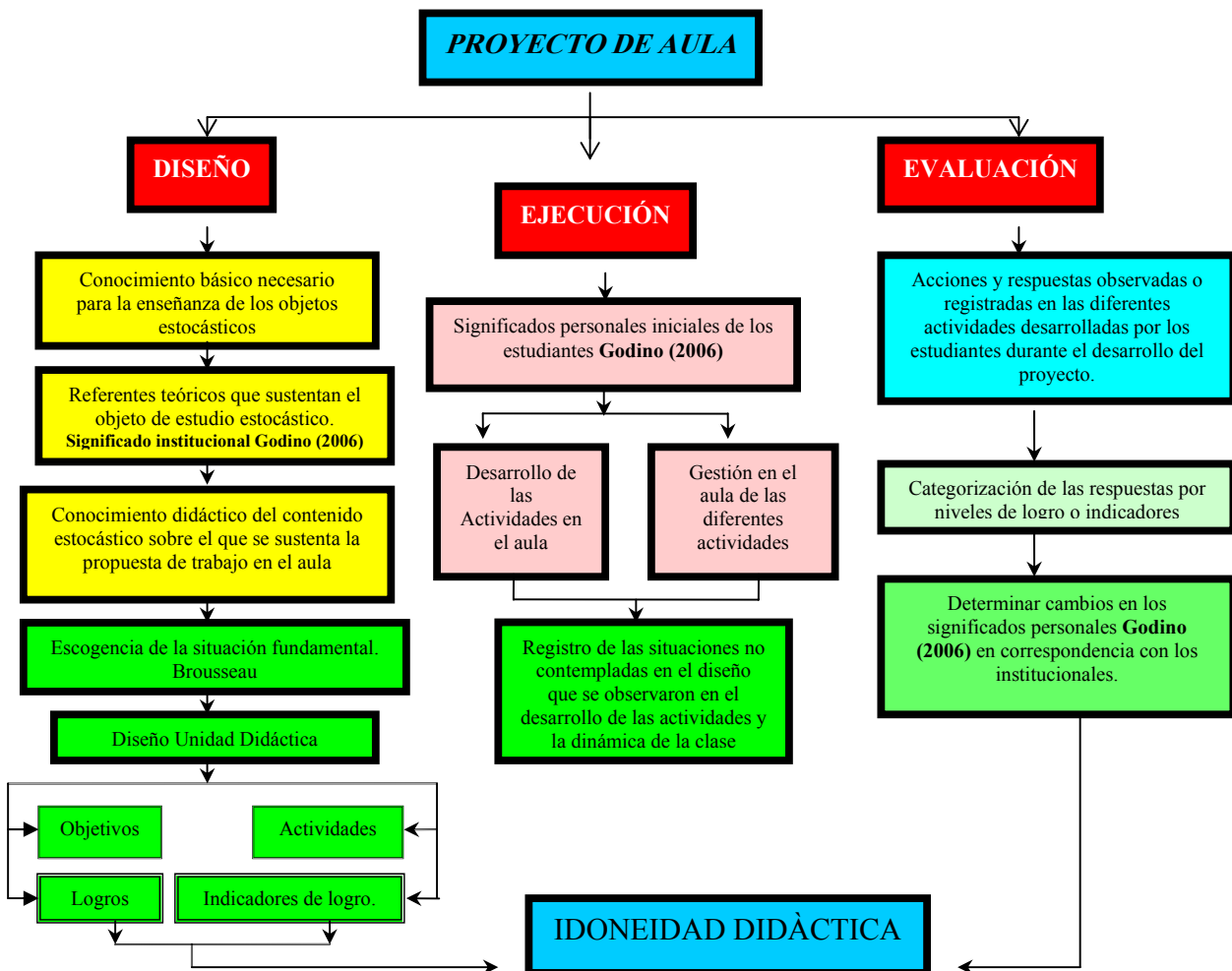
<sup>9</sup> Grupo de investigación Adscrito a la Universidad Distrital, que ha venido desarrollando en los últimos cinco años en el marco de su programa de investigación el concepto emergente de ruta de estudio y aprendizaje en el aula.

<sup>10</sup> Noción desarrolladas en el marco del EOS, en la monografía “Teoría de las funciones semióticas” (2002).

El proyecto de aula le permite entonces al estudiante la solución de una situación Fundamental propuesta por el docente en relación a un tema específico para un nivel determinado de conocimiento. Entonces deberá desarrollar actividades como proponer hipótesis o conjeturas, determinar cual son las variables que inciden en la situación, si necesita recopilar información necesaria construir una encuesta, consultar bibliografía que le posibilite un referente teórico, calcular algunas estadísticas de interés, determinar cual de los modelos probabilísticos pueden ser utilizados y determinar si la información contradice las hipótesis planteadas.

Dentro de las actividades de validación el estudiante tendría que determinar la validez de los supuestos del modelo para su utilización.

Se presenta a continuación un esquema de algunos elementos que componen las fases de diseño, ejecución y evaluación del proyecto de aula.



Un proyecto de trabajo estadístico se caracteriza principalmente por desarrollar el método de trabajo estadístico donde; se aborda desde un problema (que debe ubicarse en algún contexto de aplicación social, económico, político, etc. Se propone si es necesario Hipótesis. Se supone un modelo estadístico que permita el estudio del problema. Se recopila información utilizando las

diversas técnicas de muestreo. Se calculan las estadísticas de interés. Se analizan los resultados de las inferencias, estimaciones o pronósticos y se evalúa el método de solución.

### ***Función del docente en este enfoque de resolución de problemas***

El diseño del proyecto en lo posible debe ser responsabilidad del profesor dentro del espíritu de esta propuesta de trabajo. Igualmente el Profesor debe<sup>11</sup>:

- Potenciar los enunciados y actividades que generan situaciones problemáticas.
- Introducir y privilegiar “nuevos” modelos de representación.
- Propiciar la construcción del lenguaje Estadístico usual (LEU).
- Formas argumentativas validas en LEU.
- De manera expresa, hacer aparecer en el aula conocimientos, reflexiones, argumentaciones... que provengan de alguna(s) actividad(es) previa(s) desplegada(s) por los estudiantes sobre un enunciado que propone una situación que cuestiona un conocimiento previo de los estudiantes. De esta manera se asegura que: 1. Todos los estudiantes tengan herramientas suficientes para abordar los enunciados, e interés por hacerlo. 2. Ningún estudiante cuenta en el momento que aparece el enunciado todas las herramientas para resolver lo preguntado. 3. Afloren diferentes puntos de vista respecto de un enunciado específico (que, recalamos, no es lo que constituye el problema sino uno de los motivos que despliega la actividad en el aula) 4. Cuando llegue el momento de institucionalizar el conocimiento logrado, por los estudiantes hayan atravesado por las diferentes fases, con lo cual se multiplican las opciones de comprensión y reestructuración de los conocimientos iniciales.

## **2. Teoría de las situaciones didácticas**

La teoría de las situaciones didácticas fue propuesta por Guy Brousseau como un modelo de los procesos de aprendizaje. Esta aproximación teórica de los procesos de aprendizaje, se presenta en cuatro fases diferentes (acción, formulación, validación e institucionalización), y los siguientes elementos conceptuales; **2.1. La situación fundamental 2.2 El contrato didáctico. 2.3. La transposición didáctica. 2.4. La situación didáctica, 2.5 los obstáculos epistemológicos, 2.6 Las heurísticas y 2.7. Las situaciones a–didácticas.**

Las características principales de éstas situaciones son:

- a) Los alumnos formulan proyectos personales.
- b) Las actividades propuestas por los estudiantes son realizadas para obtener un resultado final. En donde ellos tienen que anticipar y luego verificar resultados.
- c) Los alumnos intentan resolver los problemas varias veces.
- d) Los alumnos recurren a una (s) estrategia(s).
- e) Los estudiantes establecen relaciones Sociales (formas de socializar su trabajo).

En síntesis “enfrentar a los alumnos a una situación que evolucione de tal manera que el conocimiento que se quiere que aprenda sea el único medio eficaz para controlar dicha situación”.

---

<sup>11</sup>. DOCUMENTO DE ACREDITACION PREVIA, Proyecto Curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

### **3. el análisis exploratorio de datos**

Según Figueras Y Gargallo (2003) el análisis exploratorio de datos es un conjunto de técnicas estadísticas cuya finalidad es conseguir un entendimiento básico de los datos y de las relaciones existentes entre las variables analizadas. Según Godino y Batanero (2001) las principales componentes del análisis exploratorio de datos son: a) posibilidad de generar situaciones de aprendizaje referidas a temas de interés de los estudiantes. b) fuerte apoyo a las representaciones gráficas. c) no necesita una teoría matemática compleja.

Para desarrollar convenientemente un análisis exploratorio de datos se pueden seguir las siguientes fases o etapas:

1. Disponer la información estadística recolectada para permitir la utilización de alguna técnica o método estadístico.
2. Efectuar una primera exploración gráfica que permita al estudiante un acercamiento a la naturaleza o estructura de los datos observados y analizar utilizando algunas estadísticas, diferentes aspectos gráficos de los datos.
3. A partir de las dos anteriores etapas diagnosticar el grado de aceptabilidad de los supuestos necesarios para utilizar los métodos estadísticos y su confiabilidad.
4. Si los supuestos pueden ser verificados, el estudiante formularía a partir de la estructura y el problema a resolver si existe algún grado de interrelación entre los datos, utilizando medidas estadísticas.
5. A partir de la información gráfica y las estadísticas encontradas el estudiante debería realizar posibles estimaciones o predicciones.
6. Utilizando la información gráfica se debe de reconocer los datos denominados atípicos y su incidencia dentro de los pronósticos o estimaciones.
7. Por último los estudiantes podrían analizar la utilidad de la información observada, sus características y sus posibles consecuencias.

#### **ALGUNOS RESULTADOS ESPERADOS POR LA UTILIZACION DE ESTA PROPUESTA**

Se espera que al utilizar el anterior modelo de trabajo en el aula los profesores desarrollen el denominado Razonamiento estadístico fundamental donde se espera como afirma Batanero que el estudiante:

- Reconozca la necesidad de los datos
- Desarrolle una mayor comprensión que surge al cambiar la representación de los datos
- Admita la percepción de la variación
- Utilice el razonamiento con modelos estadísticos
- Integre la estadística a su contexto.

#### **REFLEXIÓN FINAL**

Por todo lo anterior se espera principalmente que:

- El profesor no sea el protagonista principal del trabajo en el aula
- La probabilidad y estadística permitan a los futuros ciudadanos tomar decisiones en situaciones de incertidumbre.

- Germine una transformación de las prácticas de los profesores de estadística en el país.
- Los estudiantes adquieran actitudes positivas en torno al trabajo utilizando datos observados o reales.

## REFERENCIAS

- Azcarate, P. (1996). Estudio de la Concepciones Disciplinarias de Futuros Profesores de Primaria en Torno a las Nociones de Aleatoriedad y Probabilidad Colección Mathema.. Granada. pg. 26.
- Batanero C. Los retos de la cultura estadística 2003 Universidad de Granada, España, publicado en <http://www.ugr.es/~batanero/sergroup.htm>
- Batanero, C. (2001). Didáctica de la Estadística. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística. Universidad de Granada. España
- Batanero C. (2002). Los retos de la cultura estadística. Conferencia en las Jornadas Interamericanas de Educación Estadística. Buenos Aires. On line: <http://www.ugr.es/~batanero/sergroup.htm>
- Batanero C., Garfield, J. B., Ottaviani, M. G., y Adelaida, J. (2000). Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias. Statistics Education Research Journal 2(1). On line: <http://www.ugr.es/~batanero/sergroup.htm>
- Batanero, C., & Godino, J. (2001). Análisis de datos y su didáctica. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. España
- Brousseau, G. (1993). Fundamentos y métodos de la Didáctica de las Matemáticas. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Brousseau, G. (1993). Didáctica de las matemáticas. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Godino Juan D., Delisa Bencomo, Vicenç Font y Miguel R. Wilhelmi (2006), Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), Huesca (España).
- Godino Juan D., (2003) Teoría de las Funciones Semióticas Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática. Universidad de Granada, España.
- Lineamientos Curriculares, Ministerio de Educación Nacional. Santa Fe de Bogotá, D.C., 1998.
- Massialas, BG, & Cox, CB (1966). Inquiry in social studies. New York: McGraw-Hill
- Rocha, P. (2005) La educación Estadística, algunos elementos para el análisis. XXI coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística. Sede Universidad Distrital.
- Rocha, Pedro. (2002) Epistemología del pensamiento estadístico y aleatorio Memorias 4 encuentro Matemática Educativa pág. 41.
- Rocha, P. (2006) A proposal for changing educational practices in the teaching of probability and statistic. In the Seventh International Conference on Teaching Statistics (ICOTS-7) Salvador Bahía Brasil.
- Wagensberg. Jorge, (1994) Ideas sobre la complejidad del mundo Ed. Metatemas 9