

## **¿ESTAMOS BUSCANDO EL AHOGADO AGUAS ARRIBA? EL CASO DE LA ESTIMACIÓN CON INTERVALOS DE CONFIANZA.**

*Roberto Behar Gutiérrez  
Universidad del Valle  
Cali - Colombia*

### **Resumen.**

En el presente trabajo se pretende poner en evidencia la importancia de fortalecer una línea de investigación sobre aprendizaje de la probabilidad y estadística en el colectivo de profesores.

Estamos muy preocupados por el aprendizaje de los conceptos relacionados con el tratamiento de la variabilidad y la incertidumbre por parte de nuestros estudiantes, casi siempre dando por supuesto que nosotros los profesores tenemos muy bien comprendidos estos conceptos.

El título: “¿Estamos buscando el ahogado aguas arriba?” pretende indicar que antes de la preocupación por el aprendizaje de los estudiantes, es necesario asegurarnos que los profesores comprendamos los conceptos que pretendemos enseñar.

Este trabajo, presenta un reporte de una investigación empírica, específicamente sobre la comprensión de los conceptos asociados con la estimación por medio de intervalos de confianza. Las conclusiones de la investigación muestran que los expertos, generalmente profesores de estadística, no todos tienen suficientemente claras estas ideas y que hay cabida aquí para una línea de investigación que permita generar estrategias para un programa de mejoramiento del profesorado.

### **Introducción**

Se recibe de buen agrado el creciente interés de los profesionales, los usuarios, los investigadores en pedagogía de las matemáticas, las asociaciones de profesionales y algunos gobiernos por la formación en estadística. La International Conference Of Teaching Statistics (ICOTS) dedicó una de sus importantes conferencias al tema de la cultura estadística.

Batanero, C. (2000) y Batanero C; Garfield, J. ; Ottaviani MG. ; Truran (2000), plantean por un lado, las controversias sobre las pruebas estadísticas en investigación experimental y por el otro planeamientos sobre jerarquización de la investigación en educación estadística.

Ya no es un secreto que una gran proporción de los docentes de estadística, aun aquellos que están dispuestos a invertir grandes dosis de energía en el mejoramiento de su proceso

de enseñanza y aprendizaje, no escapan al sentimiento de frustración por los pobres resultados de aprendizaje profundo que alcanzan los estudiantes en los cursos básicos que ofrecemos.

En los congresos nacionales e internacionales que dan cabida a la llamada Educación Estadística, asistimos a centenares de ponencias con valiosas sugerencias sobre estrategias para lograr la comprensión de las ideas básicas de estadística que intentamos se gesten en la mente de nuestros estudiantes. Valiosas sugerencias sobre actividades plausibles para intentar lograr el efecto “ajá” en los temas de estimación o contraste de hipótesis, por ejemplo. Intentos loables sobre construcción de Software para simular la realidad de la aleatoriedad, del riesgo y de la incertidumbre., como el planteado en DelMas R., Garfield J. and Chance B. (1997), quienes en publicaciones posteriores reconocen que sus esfuerzos para lograr mejorar la comprensión de los conceptos del muestreo apoyados en su software han sido poco efectivos.

Algunos personajes reconocidos en el mundo de la pedagogía de la probabilidad y la estadística, confiesan que aunque llevan décadas construyendo excelentes diagnósticos que permiten caracterizar y plantear modelos que pretenden explicar los mecanismos a través de los cuales se relaciona el ser humano con los fenómenos aleatorios para la toma de decisiones, sus esfuerzos como guías del proceso de aprendizaje para intentar mejorar con intervenciones didácticas estas situaciones, no son tan halagüeños como se quisiera, como es el caso de Konold C.(1995).

Hawkins A (1997), hace explícitos algunos mitos y concepciones erróneas que se presentan en las personas al momento de abordar situaciones en las cuales la aleatoriedad y la incertidumbre son factores importantes del contexto.

Kahneman, D., Slovic P., Tversky A. (Eds) (1982), han escrito un excelente libro que se ha convertido en referencia obligada de los investigadores del aprendizaje de la probabilidad y la estadística y en él reportan, entre otros, los resultados de múltiples investigaciones y en lo que se refiere a juicios bajo incertidumbre, plantean el arraigo tan profundo de algunas creencias y heurísticas que desarrollamos los seres humanos para la toma de decisiones, a tal punto que la formación formal, aunque sea de alto nivel, no logra erradicarlos. Presenta los resultados de investigaciones en las cuales tanto los expertos con estudios avanzados en teoría de la decisión, caen al igual que los legos, en las mismas pifias y sesgos.

Seguimos pensando en mejorar esta situación solo a través de intervenciones sobre nosotros, a veces abnegados, estudiantes, suponiendo que los profesores tenemos los conceptos claramente entendidos. Es válido este supuesto?

Shaughnessy J.M. (1992), Plantea algunas reflexiones sobre la dirección que debería tomar la investigación en educación estadística y uno de las dimensiones que considera esta relacionada con el colectivo de profesores.

En este trabajo se presentan algunos resultados de una investigación empírica que permiten poner en duda este supuesto. Los resultados, se refieren esta vez, al tema de estimación por medio de intervalos de confianza, a mi juicio, el mejor y más útil concepto que ha producido la disciplina estadística.

Con el propósito de poner en contexto la valoración crítica de los resultados de la investigación, en la próxima sección se hará una descripción muy compacta de la idea de estimación por medio de intervalos de confianza, ilustrándolo con el caso más simple de la estimación de la media  $\mu$ , de una población normal con variabilidad  $\sigma$  conocida.

### Estimación de la media $\mu$ por medio de un intervalo de confianza

Una referencia para estudiar a fondo la teoría sobre este tema es *Mood A.; Graybill A.; Boes D. (1974)* y *Casella G.; Berger R. (1990)*. *Mayorga (2004)*. Aquí lo trataremos muy brevemente.

Sea  $X$  una variable aleatoria con distribución  $N(\mu, \sigma)$ . Estamos interesados en la estimación del parámetro  $\mu$ , por medio de un intervalo de confianza. Supondremos que  $\sigma^2$  es conocida. Para ello se toma una muestra aleatoria  $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$  de dicha población.

Como  $X \sim N(\mu, \sigma) \Rightarrow$  todas las  $X_i \sim N(\mu, \sigma)$ , de esta manera

$$\bar{X}_n = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Por lo tanto  $Z = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$ . (Cantidad Pivotal)

Si se quiere construir un intervalo de  $100 * (1 - \alpha)\%$  de confianza

Aprovechando la condición de  $Z$ , que depende del parámetro de interés  $\mu$ , pero su distribución no depende de él (cantidad pivotal), podemos encontrar ahora valores  $z_1$  y  $z_2$  tales que:

$$P\{z_1 < Z < z_2\} = 1 - \alpha$$

Existen muchos valores de  $z_1$  y  $z_2$  que satisfacen la expresión anterior, en particular si  $-z_1 = z_2 = z$ , es decir, si se toma un intervalo con centro en cero, tendríamos:

$$P\{-z < Z < z\} = 1 - \alpha \Rightarrow P\{Z < z\} = 1 - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \Phi(z_{1-\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \frac{\alpha}{2},$$

donde  $\Phi(\cdot)$  representa la función de distribución acumulativa de probabilidad para la distribución normal estándar.

Así que,  $P\left\{-z_{1-\frac{\alpha}{2}} < \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right\} = 1 - \alpha$ , de donde:

$$P\left\{\underbrace{\bar{X}_n - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{ALEATORIO} < \mu < \underbrace{\bar{X}_n + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{ALEATORIO}\right\} = 1 - \alpha$$

Una primera observación es que  $\mu$  es una constante y los términos aleatorios que justifican el cálculo de la probabilidad son los límites del intervalo, por lo menos en la óptica del enfoque frecuentista que es el que tratamos en los cursos básicos introductorios.

Los límites son variables aleatorias puesto que  $\bar{X}_n$  es una variable aleatoria, no una realización de la misma basada en una muestra específica. Esta es una primera confusión que suele presentarse.

Escrito de otra manera:

$$P\left\{\mu \in \left(\underbrace{\bar{X}_n - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{L_1}, \underbrace{\bar{X}_n + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{L_2}\right)\right\} = 1 - \alpha$$

Los límites  $L_1$  y  $L_2$  que definen el intervalo de confianza son aleatorios.

Así que un intervalo de  $100(1 - \alpha)\%$  de confianza para el parámetro  $\mu$  es:

$$\langle \mu \rangle_{1-\alpha} = \left(\bar{X}_n - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X}_n + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \quad \text{Intervalo de Confianza para } \mu$$

Una observación importante es que la variable aleatoria en la cual se basa la construcción del intervalo, no es la variable original  $X$ , sino la media de una muestra aleatoria, por lo tanto, la probabilidad asociada a la confianza no es una característica de la población muestreada, no se refiere a las unidades de la población. La no comprensión de esta diferencia, es motivo de malas interpretaciones en la estimación por intervalos de confianza.

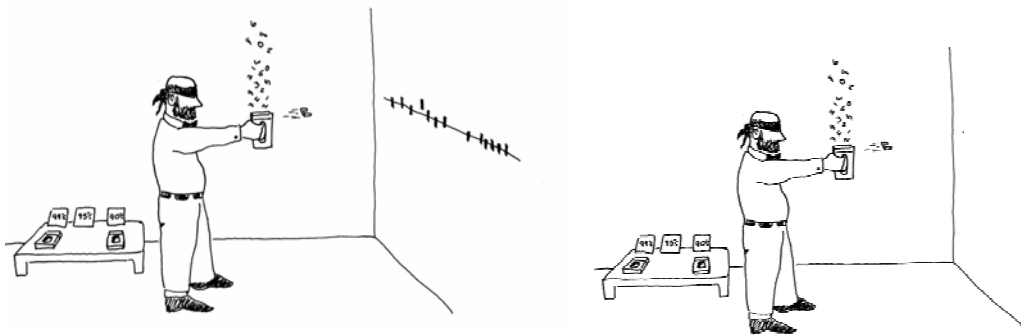
De la estructura matemática de la expresión para el intervalo de confianza se pueden deducir, por ejemplo, que entre mayor confianza se exija al mecanismo generador de intervalos, en promedio más anchos serán los mismos. Aumentando el tamaño de la muestra se logran intervalos más cortos, lo cual es deseable.

## Significado de “confianza” cuando se habla de “estimación por intervalos de confianza”.

El concepto de estimación por medio de intervalos de confianza es de los más importantes y útiles en estadística, sin embargo, como veremos más adelante en la investigación empírica, cuesta mucha dificultad comprender su significado.

Con el enfoque frecuentista, el contexto en el cual se explica el significado de “confianza”, es el de la potencial repetición de las estimaciones, de esta manera “la confianza” no la tiene el intervalo concreto que se obtuvo mediante un procedimiento aleatorio como resultado de la realización de una muestra aleatoria, sino que la confianza está asociada al procedimiento aleatorio que genera el intervalo.

Puede hacerse la analogía del mecanismo de generación de intervalos, con una pistola cuya munición son los datos y dispara una “grapa” (un intervalo).



(a) Juicio sobre la calidad (confianza) del generador de intervalos.

(b) Aplicación del generador de intervalos a una situación particular de la realización de una muestra aleatoria.

**Figura 1. Interpretación del nivel de confianza en la estimación por intervalo**

En la Figura 1, quien dispara tiene los ojos vendados, para indicar que no conoce donde está el “blanco”, esto es análogo a la idea de que la verdadera media poblacional es desconocida, sin embargo si se siguen ciertas indicaciones del fabricante, como pararse recto, con las piernas separadas, y los brazos perpendiculares al cuerpo, por ejemplo, se garantiza que si hace muchos disparos, el 95% de las veces atraparé el blanco, que está representado por la línea horizontal en la pared. Es decir que la confianza está asociada al instrumento generador (constructor) de intervalos, y esta confianza existe antes de hacer el disparo concreto con mis datos como se ilustra en la parte (b) de la figura, es decir antes de

conocer “mi” intervalo de confianza calculado con los datos resultantes de la realización de una muestra aleatoria.

El vendedor de la pistola “lanza \_ intervalos” garantiza que el 95% de las veces que se dispara la grapa, da en el “blanco”, es decir, atrapa la verdadera media poblacional  $\mu$ .

Con esta información disponible a priori, hacemos nuestro único disparo, como se ilustra en la parte (b), la pared está en blanco y al final, solo se verá una sola grapa clavada en la pared y nada más. Sin embargo, por las credenciales que tiene la pistola (procedimiento de construcción de intervalos de confianza), al momento de tomar una decisión, no es descabellado suponer que si el 95% de las veces que se dispara la pistola, da en el blanco, esta vez también le habría atinado. La verdad es que si habrá dado en el blanco o no, jamás se sabrá, no obstante, por las credenciales del procedimiento, si toca decidir, yo puedo actuar como si el intervalo particular hubiera atrapado la media verdadera, con el riesgo asociado al procedimiento generador.

¿Qué significa suponer que un intervalo específico ha atrapado la media poblacional  $\mu$ ?

Significa que se está suponiendo que los valores definidos por los puntos en el intervalo son valores plausibles *para el parámetro  $\mu$* . (No para  $\bar{X}_n$ ). Esta es otra confusión frecuente.

Otro aspecto difícil de comprender es que aumentar la confianza, sin que haya aumentado el tamaño de muestra, no representa una mejora en la estimación, sino una manera distinta de expresar la calidad de la estimación, pues en esta situación el aumento de la confianza se hace en detrimento del margen de error. En la Figura 1, en la mesa se ven varias pistolas, cada una con un nivel de confianza distinto, podría intentar visualizarse, el efecto de aumentar la confianza, como que la pistola lanza grapas más largas, de tal manera que aumenta el porcentaje de veces que da en el blanco, pero por supuesto, que aumentar el porcentaje de éxitos a costa de alargar las grapas no es una virtud. Lo meritorio sería aumentar el porcentaje de los aciertos (nivel de confianza) con grapas más cortas (menor margen de error), lo cual solo se lograría aumentando el tamaño de la muestra.

## **La investigación empírica**

El objetivo de la investigación es describir el nivel de comprensión del significado de la estimación por medio de intervalos de confianza, en dos poblaciones. Una de “expertos” y otra de “no expertos”.

En la investigación empírica que se reporta, identificamos dos poblaciones objetivo: Una de “Expertos”, representada por la muestra de voluntarios estudiada, y que está constituida por profesores de estadística, en ejercicio o potencialmente, pues está compuesta por

profesionales dedicados a la estadística, o estudiantes de último año de la licenciatura en estadística y otra población de “No expertos”, que en la muestra son estudiantes activos de Ingeniería o de Administración de Empresas que han estudiado formalmente la temática de inferencia estadística. Estos, han tomado dos cursos de estadística, al menos equivalentes a una intensidad de 3 horas por semana durante un año.

La muestra de “Expertos”, estrictamente hablando, no corresponde a una muestra aleatoria, pues su participación en el diligenciamiento del test fue voluntaria, respondiendo a una convocatoria para asistir a la conferencia “El papel de la evaluación en la enseñanza de la estadística”, ofrecida por el autor de este trabajo.

En esta convocatoria, auspiciada por la Universidad del Valle y por la recién creada “Asociación de Estadísticos del Occidente Colombiano”, ofrecía un estímulo, consistente en un conjunto de materiales y artículos sobre la enseñanza de la estadística a los primeros que llegaron a la conferencia y diligenciaran el test.

Respondieron a la convocatoria 41 expertos. Se les entregó el instrumento (cuestionario) en la sala, antes de la conferencia y se colocó una gran caja, con una ranura a manera de urna, para que depositaran la hoja de respuesta del test, en forma anónima.

La muestra de “No expertos”, corresponde a estudiantes de pregrado de Ingeniería Industrial, Ingeniería de Sistemas, Ingeniería Mecánica y Administración de Empresas, de la Universidad del Valle (pública) y varias de las más importantes universidades privadas de la región. La mayoría de los 297 estudiantes que participaron en el estudio, fueron alumnos de los “expertos”.

Dado que las muestras estudiadas no son estrictamente aleatorias, la naturaleza de los resultados que se obtienen en el presente estudio, son de carácter exploratorio.

### **Preliminares a la construcción del instrumento.**

El instrumento utilizado en la investigación, se basó en la caracterización de lo que el estudiante debería entender, lo que debería estar en capacidad de hacer y algunas concepciones erróneas frecuentes que el estudiante no debería tener y que están reportadas en la literatura especializada, como en Vallecillos A. (1996) y Garfield J. DelMas R. And Chance B.(1999), entre otros.

### **Lo que el estudiante debería entender**

Un intervalo de confianza para una media poblacional, es un intervalo que estima al parámetro poblacional desconocido (la media) de una población con base en una muestra aleatoria. Es un conjunto plausible de valores para el parámetro  $\mu$ , que podrían haber generado unos datos como los que obtuvimos.

Un intervalo de confianza para la media poblacional  $\mu$ , consiste en una estadística muestral (media) más o menos una medida del margen de error.

El nivel de confianza nos dice la probabilidad de que el método de producir intervalos de confianza, genere uno que contenga la media poblacional  $\mu$ . La probabilidad hace relación al método (datos, intervalo) y no al parámetro. Si repitiéramos el muestreo muchas veces, a la larga el porcentaje de veces que los intervalos generados atrapan la verdadera media  $\mu$  de la población está indicado por el nivel de confianza.

Un incremento en el tamaño de la muestra conduce a una disminución en el ancho promedio de los intervalos. Muestras más grandes producen intervalos más cortos en promedio que muestras pequeñas. (Estando todo lo demás igual).

Niveles de confianza más elevados conducen a intervalos más anchos que niveles bajos de confianza (Estando todo lo demás igual). Es virtud que un intervalo de una confianza fijada sea corto.

Intervalos más cortos con niveles de confianza más altos son deseables, sin embargo, teniendo constante el tamaño de muestra, acortar la longitud del intervalo se hace a costa de disminuir la confianza del intervalo.

Si muchas muestras aleatorias son sacadas en forma independiente de la misma población y con cada una de ellas se construye un intervalo del 95% de confianza, aproximadamente el 5% de ellos no contendrán la media poblacional  $\mu$ . Este 95% se refiere al proceso potencial de tomar muestras repetidamente y construir con cada una un intervalo de confianza.

Un intervalo de confianza sugiere cuales valores para el parámetro  $\mu$  son razonables, dados los datos que tenemos. Se considera que todos ellos son igualmente plausibles valor de  $\mu$ , que pudieron haber generado la media muestral observada.

Después de haber calculado el intervalo de confianza, el parámetro puede estar contenido o no en él, pero no lo podemos saber.

Es deseable tener intervalos estrechos (estimación más precisa) pero con niveles altos de confianza. Un intervalo de confianza estrecho no es suficiente si tiene un bajo nivel de confianza.

### **Lo que el estudiante debería saber en relación con la capacidad de hacer**

Saber cómo actuar para conseguir un intervalo más estrecho o más ancho (cuales factores mover y en cual sentido). Saber calcular un intervalo de confianza dada una muestra.



Saber cómo interpretar un intervalo de confianza, hacer una inferencia apropiada (en el contexto del problema) y estar en capacidad de elaborar una afirmación probabilística correcta, como interpretación del intervalo de confianza.

Saber usar un intervalo de confianza para emitir un juicio sobre una hipótesis.

### **Algunas concepciones erróneas que el estudiante no debería tener**

Cuando nos referimos a un intervalo del 95% de confianza:

Hay un 95% de probabilidad de que el intervalo incluya la media muestral.

Hay un 95% de probabilidad de que la media poblacional se encuentre entre los dos límites calculados para una realización específica de la muestra.

Un 95% de los datos están incluidos en el intervalo.

Un intervalo más ancho implica menos confianza.

Un intervalo de confianza más corto es siempre mejor (sin tomar en cuenta el nivel de confianza).

La probabilidad que representa el nivel de confianza no hace referencia a la estimación puntual obtenida.

### **El instrumento y los resultados de su aplicación**

No obstante que el instrumento contenía cerca de 25 ítems que pretendían explorar la comprensión de conceptos asociados con la estimación por medio de intervalos de confianza, aquí por razones de espacio solo haremos referencia a un conjunto de ellos que permite hacerse una muy buena idea de la situación que se pretende poner en evidencia. A continuación se presentan los ítems seleccionados y los resultados obtenidos:

*Para un conjunto de pesos (en libras) se construyó un intervalo del 95% de confianza para la media, con base en una muestra aleatoria y resultó ser (42;48). Responda las siguientes afirmaciones, con VERDADERO O FALSO, según su criterio.*

		% Respuestas Correctas	
		Expertos	No Expertos
1	95% de los pesos están entre 42 y 48 libras (F)	72,3	49,8
2	La probabilidad de que el intervalo incluya la media muestral es 95%. (F)	63,8%	47,1%
3	Si se generan 200 intervalos de confianza del mismo proceso aproximadamente 10 de aquellos intervalos no contendrán la media de la población. (V)	48,9%	35,7%
4	La probabilidad de que el intervalo (42,48) incluya la media poblacional es 95%. (F)	59,6%	43,8%

Seleccione VERDADERO O FALSO para las siguientes afirmaciones sobre estimación por intervalo de confianza, según su criterio.

		% Respuestas Correctas	
		Expertos	No Expertos
5	Si nosotros conservamos el tamaño de la muestra fijo, el intervalo de confianza se pone más ancho cuando nosotros aumentamos el nivel de confianza. (V)	63,8%	52,2%
6	Un intervalo de confianza para una media siempre contiene la media de la muestra. (V)	68,1%	69,4%
7	Si nosotros conservamos el nivel de confianza fijo, el intervalo de confianza se hace más estrecho cuando nosotros aumentamos el tamaño de la muestra.	83,0%	51,5%
8	Si los intervalos de confianza para las medias de dos poblaciones no se solapan (interceptan), eso es una evidencia que permite pensar que las medias de las dos poblaciones son diferentes. (V)	66,0%	66,3%
9	Sin importar el tamaño de muestra, es posible construir un intervalo del 99% de confianza. (V)	59,6%	58,2%

¿Tocar música a las vacas aumenta su producción de leche? Un experimento fue conducido con el propósito de responder esta pregunta y un conjunto de vacas lecheras fue dividido en forma aleatoria en dos grupos. Se tocó música a un grupo; al otro grupo (de control) no se le tocó música. El aumento medio en la producción de leche (Vacas con Música – Vacas sin música) fue 2.5 litros/vaca durante el periodo de tiempo de estudio. Un intervalo del 95% confianza para la diferencia media en la producción resultó ser (1.5; 3.5) l/vaca.

Responda VERDADERO O FALSO, según su criterio, para las afirmaciones que se mencionan a continuación.

		% Respuestas Correctas	
		Expertos	No Expertos
10	El 95% de las vacas aumentaron su producción por entre 1.5 y 3.5 l/vaca. (V)	68,1%	45,5%
11	Nosotros estamos 95% seguros que el aumento medio de la producción en la muestra es 2,5 l/vaca. (F)	57,4%	45,8%
12	Porque el intervalo de confianza no incluye el cero, nosotros estamos 95% seguros que el verdadero aumento medio en la producción para todas las vacas es 2.5 L/vaca (F)	76,6%	60,6%

## Análisis y Conclusiones

La intención de fondo de este trabajo, está relacionada con hacer énfasis en la necesidad de orientar los esfuerzos de investigación en la comprensión de los conceptos estadísticos en el colectivo de profesores, pues su correcta comprensión es condición sin la cual, los demás esfuerzos de mejoramiento del aprendizaje en nuestros estudiantes tendrá tímidos resultados.

No tiene sentido esforzarse en lograr que los estudiantes comprendan lo que muchos de nosotros los profesores no comprendemos, pero no somos conscientes de ello.

Creo que bastaría observar los resultados de las dos primeras preguntas para poner en evidencia ante nuestra comunidad, la importancia de dirigir nuestra mirada hacia nuestro gremio prioritariamente. En la primera pregunta, Aproximadamente un 30% de los “expertos” y la mitad de los estudiantes no tienen claro que los resultados de la estimación por intervalo de confianza no son sobre las unidades de la población descritas por la variable aleatoria de interés. Esto se reafirma en la pregunta 10, cuando se hace la misma pregunta en un problema con contexto.

En la segunda pregunta, casi el 40% de los “expertos” considera erróneamente que el intervalo de confianza es la probabilidad de que el intervalo atrape la media muestral, la cual siempre esta dentro del intervalo y en su centro. Esto se ratifica en la pregunta 6.

En la pregunta 3, aproximadamente la mitad de los “expertos” no tienen la interpretación frecuentista del significado de intervalo de confianza, en el sentido de que a la larga, si se repitiera el muestreo muchas veces, se espera que un porcentaje igual al nivel de confianza, de dichos intervalos atraparían el parámetro poblacional  $\mu$ .

El ítem 4, expresa que  $P(42 < \mu < 48) = 0.95$ . Como puede apreciarse en dicha expresión no hay ninguna variable aleatoria, por lo tanto desde el punta de vista del enfoque frecuentista que abordamos en casi todos los cursos introductorios, no hay cabida para la probabilidad. (Aunque podría tener sentido en el enfoque Bayesiano, que no se trata en los cursos). Cerca del 40% de los “expertos” no lo consideran así.

La respuesta a la pregunta 5, indica que un porcentaje alto, casi el 40% de los expertos, no ha interiorizado la relación que existe entre los distintos factores que intervienen en la construcción de los intervalos de confianza. Esto se ratifica en las preguntas 6 y 7 y 9.

En la pregunta cerca de un 11 y 12 atribuye la confianza a la estimación puntual.

En síntesis, tomando como ejemplo este tema de la estimación por intervalos de confianza, el más importante, a mi juicio, de toda la teoría de inferencia estadística, se pone sobre el tapete una realidad que debe atenderse de manera prioritaria.

Como ya se dijo anteriormente, la preocupación por la búsqueda de buenas estrategias didácticas para lograr el aprendizaje de nuestros estudiantes, debe pasar primero por el filtro de garantizar que nosotros los guías de dicho proceso hayamos logrado la meta que queremos logren nuestros estudiantes, de no ser así, estaríamos buscando el ahogado aguas arriba.

## **Referencias Bibliográficas.**

Batanero, C. (2000). “*Controversies around the role of statistical tests in experimental research*”. Mathematical Thinking and Learning, 2(1-2), 75-98. (Número monográfico sobre Educación Estadística). Editor: Brian Greer.

Batanero C. (2001). “*Didáctica de la estadística*”. Grupo de Investigación estadística. Universidad de Granada. España.

Batanero C; Garfield, J. ; Ottaviani MG. ; Truran (2000). “*Research in Statistical Education: Some priority Questions.*” Statistical Education Research Newsletter, (IASE), Volume 1 Number 2, May.

Casella G.; Berger R. (1990). “*Statistical Inference*”. Duxbury Press. California.USA.

DelMas R., Garfield J. and Chance B. (1997). “*The Assessment the effects of a computer microworld on statistical reasoning*” paper presented at the joint Statistical Meeting, Anaheim, C.A.

Falk R. (1986). “*Missconceptions of statistical significance*”. Journal of Structural Learning 9, 83-96

Garfield J. DelMas R. And Chance B.(1999) “*Tools for Teaching and Assessing Statistical Inference*” en la web. [http://www.gen.umn.edu/faculty\\_staff/delmas/stat\\_tools/](http://www.gen.umn.edu/faculty_staff/delmas/stat_tools/)

Garfield and Ahlgren (1988). “*Difficulties in Learning Basic Concepts in Probability an Statistics: Implications for Research*”. Journal in research of mathematics Education, 19, 44-63.

Garfield J.(1995). “*How students learn statistics?*” International Statistics Review, 63, 25-34.

Hawkins A (1997). “*Mith-Conceptions*”. Chapter 1. Of the proceedings of the 1996 IASE Table Conference: Garfield J. And Burril G. (Eds). Research on the Role of Technology in Teaching and Learning Statistics . The International Statistical Institute.

Jolliffe Flavia. (1998). “*What is Research in Statistics Education?*”. V International Conference of Teaching Statistics ICOTS-5. Singapore.

- Kahneman, D., Slovic P., Tversky A. (Eds) (1982). *“Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biases”*. New York: Cambridge University Press.
- Konold Clifford. (1995). *“Issues in Assessing Conceptual Understanding in Probability and Statistics”*. Journal of Statistical Education. Vol. 3, N° 1.
- Mayorga H. (2004). *“Inferencia Estadística”*. Colección de Textos. Universidad Nacional. Bogotá, Colombia.
- Mood A.; Graybill A.; Boes D. (1974). *“Introduction to the Theory of Statistics”*. Third Edition. McGraw-Hill. Tokyo. Japón.
- Pollatsek A., Konold K., Well A.D., Lima S. (1984). *“Beliefs Underlying Sampling”*. Memory and Cognition, 12, 395-401.
- Shaughnessy (1992). *“Research in probability and Statistics: Reflections and Directions”*. Handbook of Research on Mathematics Teaching.. Grouws D (ed) Macmillan.
- Shaughnessy J.M., Begman B. (1993). *“Thinking About Uncertainty: Probability and Statistics”*. In P.S Wilson (Ed)., Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics. New York: Macmillan Publishing Co.. pp 177-197.
- Vallecillos A. ( 1996). *“Inferencia Estadística y Enseñanza: Un Análisis Didáctico del Contraste de Hipótesis Estadísticas”*. Colección Mathema. Editorial COMARES. Granada España.
- Vallecillos A. ( 1994). *“Estudio Teórico Experimental De Errores Y Concepciones Sobre El Contraste De Hipótesis En Estudiantes Universitarios”*. Disertación de tesis doctoral no publicada.
- Well A.D; Pollatsek A. And Boyce S.J. (1990). *“Understanding the Effects of Sample Size on the Variability of the Mean”*. Organizational Behavior and Human decision Processes 47, 289-312.