

## EL CAMINO ALEATORIO, UNA OPORTUNIDAD DE TRABAJO DE CLASE

*Miguel A. Valdivieso y Erica M. Parra*

*Universidad Nacional de Colombia, IED Enrique Olaya Herrera y La Acacia  
Bogotá, Colombia*

*Entre las formas para introducir los modelos básicos de probabilidad se incluye el manejo mental de eventos con dados y monedas. Una forma de acercarse de manera concreta a los conceptos básicos es por medio de la elaboración de un experimento que obedezca a estas leyes de probabilidad. En esta ponencia presentamos una actividad de aula basada en el camino del borracho o camino aleatorio, que los autores hemos aplicado en nuestra labor docente. También presenta un análisis de lo que ha representado su aplicación para los autores en el aula de clase.*

### INTRODUCCIÓN

Las nociones básicas de probabilidad, involucran la conceptualización de elementos que producen salidas aleatorias, de igual probabilidad. Entre los dos objetos que siempre se citan, están el dado de 6 caras<sup>1</sup> y la moneda de 2 caras. Sin embargo, muchas veces los chicos están familiarizados con la parte de juego, de estos dos elementos, sin considerar los aspectos de tipo aleatorio involucrado. Una forma de abordar el trabajo, de elaborar un concepto de azar, es que los elementos aleatorios estándar clásicos –dado y moneda- manden, den la parada en el comportamiento de un sistema. Revisando la literatura. [1], el ejemplo del camino aleatorio (o del borracho), muestra un comportamiento aleatorio que se puede reproducir con ordenes dependientes de dado y moneda. En las siguientes partes de este trabajo, enunciaremos rápidamente el enunciado del camino aleatorio, describimos el diseño de la actividad de aula y finalmente registramos las observaciones y conclusiones que hemos tenido en la ejecución del trabajo.

### CAMINO ALEATORIO

La presentación usual del problema es la siguiente [1]: “Un borracho comienza a caminar desde un poste colocado en una calle. Cada paso que da es de igual longitud  $l$ . El hombre está tan ebrio, que la dirección de avance de cada paso –ya sea a la derecha o a la izquierda - es completamente independiente del paso anterior.” A partir de esta idea y con argumentos basados en probabilidades esenciales, se puede llegar a la distribución normal, entre otras cosas [1]. Es posible adaptar la idea de este problema a una guía de trabajo que involucre una participación activa de los estudiantes y de manera lúdica, que los presentamos en la siguiente sección.

### TRABAJO DE AULA

En este sentido, en nuestra propuesta se diseñó una actividad de tipo lúdico –un juego- para que los chicos desarrollen en clase. Es un juego de movimiento, donde los chicos inician con una

---

<sup>1</sup> En este caso se hace referencia a los dados usuales. También es posible conseguir –de manera no tan fácil ni barata, en la Librería Francesa – dados de 4, 8, 10, 12, 20 y hasta de 100 caras.

posición cerca del centro de una hoja cuadriculada (Esto implica el uso de una malla cuadrada. Inicialmente se plantea de esta forma, al estar la hoja cuadriculada omnipresente en los salones de clase. El diseño de esta actividad, también puede hacerse con mallas hexagonales o triangulares). El objetivo es lograr salir de los bordes de la hoja, pero para definir el tipo de movimiento, se emplea un procedimiento de tipo probabilístico.

El movimiento de la ficha o punto representativo del estudiante se logra a partir de las siguientes instrucciones del juego, ya sea con un dado o con una moneda.

1. Se definen las direcciones de movimiento. En familiaridad con los puntos cardinales, se definen las direcciones Norte (N), Sur (S) Este (W), Oeste (W).
2. En la definición del tipo de movimiento, por medio del elemento aleatorio (dado o moneda), se debe determinar lo siguiente: Si el chico se mueve o no se mueve, El eje de movimiento (eje norte-sur ) u eje (este-oeste), la dirección específica del movimiento (N o S, E o W ), y el número de cuadros básicos que se mueve.
3. Con el dado (depende de los resultados de cara (C) o sello (L) ) se propone el siguiente algoritmo para determinar el movimiento del jugador:

Número de Lanzamiento de la Moneda	Acción que se determina
Primero.	<p><b>Define si hay movimiento del jugador.</b>            Si sale C, el jugador se mueve.            Si sale L, no se mueve. En este caso, pasa el turno al siguiente jugador.</p>
Segundo	<p><b>Define el eje de movimiento.</b>            Si sale C, se mueve en la dirección N-S.            Si sale L, la dirección es la E-W.</p>
Tercero	<p><b>Define hacia donde se realiza el movimiento.</b>            Si se mueve en la dirección N-S :            Si sale C, el movimiento se realiza hacia el Norte.            Si sale L, el movimiento se realiza hacia el Sur.            Si se mueve en la dirección E-W:            Si sale C, el movimiento se realiza hacia el Este.            Si sale L, el movimiento se realiza hacia el Oeste.</p>
Cuarto	<p><b>Determina cuantos cuadros se mueven.</b>            Si sale C, se mueve un cuadro.            Si sale L, se mueven dos cuadros.</p>

En el caso de contar con dados, se puede seguir con la siguiente secuencia de elección de movimiento:

Número de Lanzamiento del dado	Acción que se determina
Primero.	<p><b>Se determina la dirección del movimiento.</b>                      Si sale el 1, se mueve en dirección norte.                      Si sale el 2, se mueve en dirección este.                      Si sale el 3, se mueve en dirección al sur.                      Si sale 4, como resultado, da un movimiento en la dirección oeste.                      Si sale 5, repite turno. En caso del segundo lanzamiento si sale de nuevo el 5, el jugador pasa el turno.                      Si sale 6, el jugador pasa el turno.</p>
Segundo	<p><b>Define cuanto se mueve.</b>                      Si sale 1 o 2, el movimiento es de 1 cuadro.                      Si sale 3 o 4, el jugador se mueve 2 cuadros.                      Si sale 5 o 6, el jugador se desplaza 3 unidades en la dirección indicada.</p>

4. El juego continua hasta que algún jugador salga del contorno de la hoja.

#### **OBSERVACIONES Y CONCLUSIONES**

Al hacer las aplicaciones de esta actividad se obtuvieron distintos resultados. Resaltamos los siguientes elementos:

- Los estudiantes se cansan de terminar en un mismo ciclo, sin la aparente salida a pesar que alguno de ellos este cerca a la salida.
- Algunos chicos desisten del juego.
- El juego con la moneda, es más largo que el del dado, cosa que se esperaba de la cantidad y facilidad de lanzamientos con el dado.
- Los estudiantes más persistentes continúan y logran sobrepasar el ciclo, ellos logran sobrepasar el juego.

De parte del trabajo docente, se tienen los siguientes comentarios:

- Se cambia la rutina y la dinámica de la clase de matemáticas, usualmente de tipo magistral a una actividad de tipo lúdica. Con esto, los chicos y el maestro se oxigenan.
- Para el diseño de actividades didácticas, no sólo es revisar los textos propios del bachillerato, sino que se pueden tomar en cuenta los ejemplos clásicos de las disciplinas y adaptarlos.

Como posibles extensiones de este trabajo se podrían tener en cuenta las siguientes direcciones:

- Hacer una investigación del efecto didáctico producida por la aplicación de la actividad.
- A partir de este ejemplo, desarrollar más actividades prácticas de introducción y desarrollo conceptual de eventos probabilísticos.

## **REFERENCIAS**

Reif, F. Fundamentals of thermal and statistical physics. McGraw Hill Company. 1965.

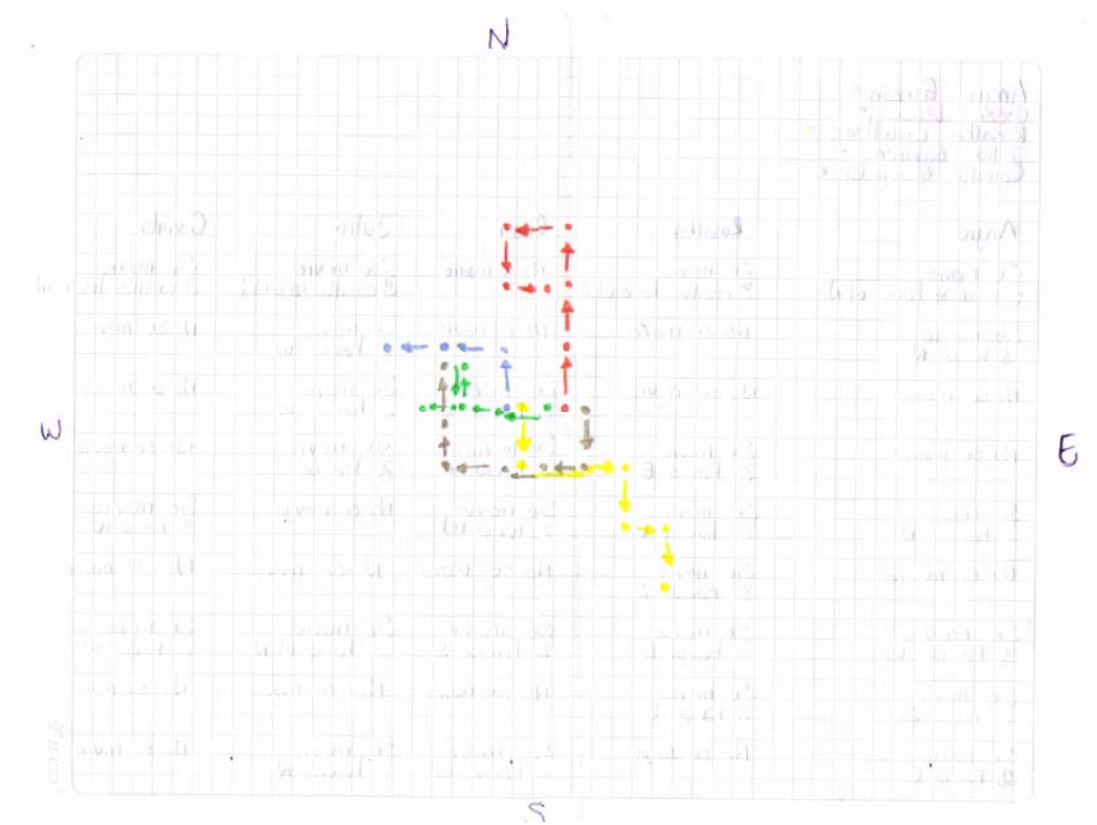
Weisstein, Eric W. "Random Walk." From MathWorld--A Wolfram Web Resource.  
<http://mathworld.wolfram.com/RandomWalk.html>

Weisstein, Eric W. "Random Walk--2-Dimensional." From MathWorld--A Wolfram Web Resource.  
<http://mathworld.wolfram.com/RandomWalk2-Dimensional.html>

[http://www.mathematicshelpcentral.com/graph\\_paper.htm](http://www.mathematicshelpcentral.com/graph_paper.htm). pagina de Mathematics Help Central. Sitio donde se puede encontrar distintos tipos de papel de uso en matemáticas.

## ANEXOS

### Anexo 1. Gráfica de un tablero de juego



## Anexo 2. Guía de Aplicación en Clase.

### El camino del borracho

En la mitad de esta hoja se encuentra un borracho en estado de total embriaguez, enlagunado, sin siquiera recordar su nombre y mucho menos el camino a su casa. Acompáñalo hasta alguna de las orillas del terreno en que se encuentra (en este caso, alguno de los bordes de la hoja), tal vez en ese recorrido lo ayudes a recordar qué camino debe seguir para llegar a su casa. Puedes utilizar un dado o una moneda para determinar los desplazamientos. Sigue las instrucciones que aparecen a continuación. Haz el registro de los movimientos de tu borracho, indicando si se movió, cuantas casillas fueron y hacia que dirección.

Para una malla Cuadrada:

Si utilizas una moneda:

Número de Lanzamiento de la Moneda	Acción que se determina.
Primero.	<b>Define si hay movimiento del jugador.</b> Si sale C, el jugador se mueve. Si sale L, no se mueve. En este caso, pasa el turno al siguiente jugador.
Segundo	<b>Define el eje de movimiento.</b> Si sale C, se mueve en la dirección N-S. Si sale L, la dirección es la E-W.
Tercero	<b>Define hacia donde se realiza el movimiento.</b>  Si se mueve en la dirección N-S : Si sale C, el movimiento se realiza hacia el Norte. Si sale L, el movimiento se realiza hacia el Sur.  Si se mueve en la dirección E-W: Si sale C, el movimiento se realiza hacia el Este. Si sale L, el movimiento se realiza hacia el Oeste.
Cuarto	<b>Determina cuantos cuadros se mueven.</b> Si sale C, se mueve un cuadro. Si sale L, se mueven dos cuadros.

Si utilizas un dado

Número de Lanzamiento del dado	Acción que se determina.
Primero.	<b>Se determina la dirección del movimiento.</b> Si sale el 1, se mueve en dirección norte. Si sale el 2, se mueve en dirección este. Si sale el 3, se mueve en dirección al sur. Si sale 4, como resultado, da un movimiento en la dirección oeste. Si sale 5, repite turno. En caso del segundo lanzamiento si sale de nuevo el 5, el jugador pasa el turno. Si sale 6, el jugador pasa el turno.
Segundo	<b>Define cuanto se mueve.</b> Si sale 1 o 2, el movimiento es de 1 cuadro. Si sale 3 o 4, el jugador se mueve 2 cuadros. Si sale 5 o 6, el jugador se desplaza 3 unidades en la dirección indicada.

Para una Malla Hexagonal

Número de Lanzamiento del dado	Acción que se determina.
Primero.	<p><b>Se determina la dirección del movimiento.</b>  Las direcciones están indicadas en la hoja de juego.  Si sale el 1, se mueve en dirección 1  Si sale el 2, se mueve en dirección 2.  Si sale el 3, se mueve en dirección 3.  Si sale 4, como resultado, da un movimiento en la dirección 4  Si sale 5, se mueve en dirección 5  Si sale 6, se mueve en dirección 6</p>
Segundo	<p><b>Define cuanto se mueve.</b>  Si sale 1 o 2, el movimiento es de 1 cuadro.  Si sale 3 o 4, el jugador se mueve 2 cuadros.  Si sale 5 o 6, el jugador se desplaza 3 unidades en la dirección indicada.</p>

## Malla Hexagonal

