

TALLER: EL SIMULADOR PROBABILITY EXPLORER 2.1

*Edgar D. Jaimes y Jorge A. Martínez
Instituto Técnico Industrial Francisco de Paula Santander de Puente Nacional
Escuela Técnica Industrial de Oiba
Bucaramanga, Colombia*

El objetivo general es explorar y manipular un software interactivo que permite la simulación de experimentos aleatorios llamado Probability Explorer, un programa creado por Hollylynn Stoll Drier (2000), profesora de la Universidad del Carolina del Norte (EEUU) como resultado de su trabajo de doctorado, el cuál surgió de la necesidad de ofrecer a los niños un micromundo computacional que permitiera al usuario visualizar e interactuar con simulaciones de algunos experimentos aleatorios comunes en la enseñanza de la probabilidad (lanzamiento de una moneda, dados, bolas y otros definidos por el usuario), en un ambiente de múltiples representaciones que genera resultados a una velocidad definida por el usuario y con la posibilidad de realizar muchas pruebas en un solo instante.

Las representaciones disponibles en el micromundo Probability Explorer, son representaciones multi-enlazadas, que se actualizan simultáneamente cuando los eventos aleatorios son simulados. Estas representaciones incluyen representaciones de íconos movibles. Además, en él se puede manipular el número de pruebas (de 1 en 1, ó 20 pruebas seguidas hasta 500), las cuales se ejecutan con solo un clic en el ícono: Run Experiment. El usuario también puede manipular la velocidad de la simulación en el menú de opciones en tres niveles: slow, médium y fast. Incluye también íconos para crear su propio experimento con dibujos alusivos (balones de diferentes deportes, figuras de estado del tiempo, población, dados de hasta 10 lados, polígonos, etc.).

El taller propuesto son dos sesiones de hora y media cada una, teniendo en cuenta que el objetivo principal es dar a conocer el programa para que en un futuro los docentes participantes puedan hacer uso de él, plantear algunas actividades que sirvan para su manejo y resolver algunas situaciones que pongan a prueba la destreza del participante para usar el programa.

Cada sesión de trabajo está diseñada de tal manera que se puede presentar y desarrollar en el mismo computador. La forma de trabajo puede ser individual ó en parejas y con un máximo de 20 participantes. Se requieren equipos con Windows 98 preferiblemente, para el completo funcionamiento de las representaciones gráficas requeridas en el programa, así como un proyector conectado a un equipo para uso de los talleristas con el fin de facilitar el seguimiento de las instrucciones por parte de los participantes. En todas las simulaciones se espera que los participantes encuentren las características de variabilidad y regularidad a corto y largo plazo para definir la aleatoriedad del experimento, relacionar el espacio muestral con la distribución de frecuencias de los eventos involucrados y, percibir la ley de los grandes números que conecta el enfoque frecuencial y el enfoque laplaciano de la probabilidad.

OBJETIVO GENERAL

Explorar y manipular un software interactivo que permite la simulación de experimentos aleatorios.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Crear experimentos aleatorios y analizar sus resultados con múltiples representaciones estáticas y dinámicas que ofrece el programa.
- Evidenciar el proceso de cómo un estudiante podría aprehender el concepto de probabilidad a partir de una simulación experimental

A continuación presentamos el taller propuesto para dos sesiones de una hora y media cada una, y los propósitos de cada actividad, teniendo en cuenta que el objetivo principal es dar a conocer el programa para que en un futuro ellos puedan hacer uso de él, plantear algunas actividades que sirvan para su manejo, así como algunas situaciones que pongan a prueba la destreza del participante para usar el programa en busca de una solución.

Cada sesión de trabajo se puede presentar y desarrollar en el mismo computador. La forma de trabajo puede ser individual y un máximo de 20 participantes. Se requieren equipos con Windows 98 preferiblemente, para el completo funcionamiento de las representaciones gráficas requeridas en el programa, así como un proyector conectado a un equipo para uso de los talleristas con el fin de facilitar el seguimiento de las instrucciones por parte de los participantes.

Se requiere la reproducción del material escrito para cada sesión.

SESION I (DURACIÓN: HORA Y MEDIA)

En la primera parte se presenta un resumen del programa: Su origen, propósito, descripción (íconos y menús) y otras funciones.

Primera parte descripción del programa

*Probability Explorer*¹ es un programa creado por Hollylynne Stohl Drier (2000), profesora de la Universidad del Carolina del Norte (EEUU) como resultado de su trabajo de doctorado, el cuál surgió de la necesidad de ofrecer a los niños un *micromundo computacional* que permitiera al usuario visualizar e interactuar con simulaciones de algunos experimentos aleatorios comunes en la enseñanza de la probabilidad (lanzamiento de una moneda, dados, bolas y otros definidos por el usuario), en un ambiente de múltiples representaciones que genera resultados a una velocidad definida por el usuario y con la posibilidad de realizar muchas pruebas en un solo instante.

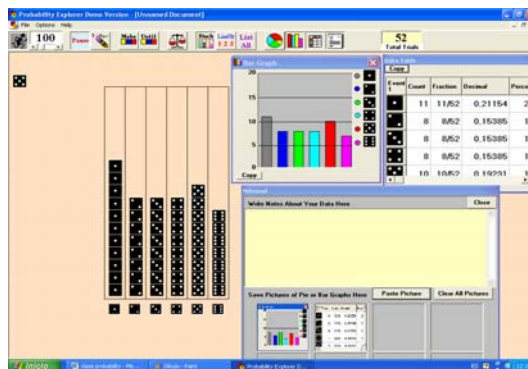
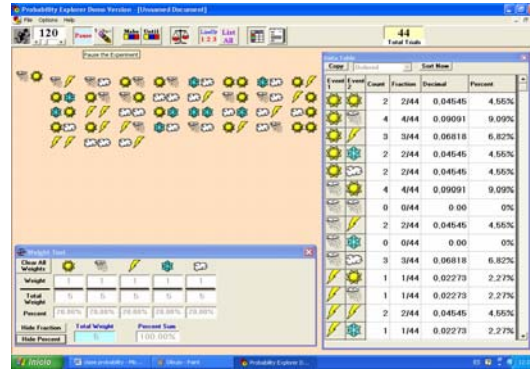
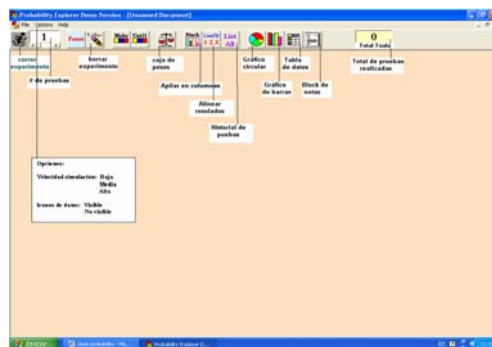
Las representaciones disponibles en el micromundo *Probability Explorer*, son representaciones multi-enlazadas, que se actualizan simultáneamente cuando los eventos aleatorios son simulados. Estas representaciones incluyen representaciones de íconos movibles, arrastrando con el cursor. Además, en él se puede manipular el número de pruebas (de 1 en 1 ó 20 pruebas seguidas, por

¹ *Probability Explorer* es un simulador comercial cuyo uso fue autorizado por la autora Hollylynne Stohl Drier, puede descargar la versión en demo en www.probexplorer.com.

ejemplo), las cuales se ejecutan con solo un clic en el icono: *correr el experimento* (Run Experiment) representado por un muñeco que corre.

El usuario también puede manipular la velocidad de la simulación en el menú de opciones (Simulation Speed) en tres niveles: baja (slow), media (médium) y rápida (fast). Incluye también íconos para crear su propio experimento con dibujos alusivos (balones de diferentes deportes, figuras de estado del tiempo, población, caras, caras de dado de 1 a 9).

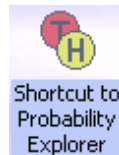
En el siguiente gráfico se señalan en español varios de los íconos, incluye un block de notas (notebook) que permite al estudiante describir y recolectar las conclusiones a que puede llegar en uno o varios experimentos y pegar tablas de resultados o gráficos. El programa permite guardar cada sesión del estudiante como un archivo con el propósito de poder analizar los experimentos realizados por cada estudiante.



Segunda parte exploración del programa:

¿Cómo se abre el programa *Probability Explorer*?

- Haga doble clic sobre el icono del escritorio que aparece como dos círculos, uno amarillo y otro rojo con las letras T y H, con el nombre *Shortcut to Probability Explorer* (Acceso directo al Explorador de Probabilidad).



- Aparece una ventana con la presentación del programa, su autora y la versión. Haga clic sobre el letrero amarillo que dice: “Siga”.

Let's Go!

- Aparecen dos ventanas, la más pequeña con el nombre *Choose an experiment* (Elija un experimento), donde pregunta **¿What do you want to do today?** (¿Qué desea hacer usted hoy?) y presenta cuatro opciones para correr un experimento (**run experiment**):



- **Coins:** Para experimentar con monedas, donde **H** es cara y **T** es sello.
 - **6-sided Dice:** Para experimentar con dados de 6 caras (1, 2, 3, 4, 5, 6).
 - **Marbles in a bag:** Para experimentar con bolas en una bolsa.
 - **Design your own experiment:** Para diseñar su propio experimento seleccione con el cursor el experimento que desee explorar y haga clic en Ok.
- Aparece otra pequeña ventana, donde le pregunta ¿Cuántos a la vez? (**¿How many at a time?**), si son monedas entonces, ¿cuántas monedas quiere lanzar al mismo tiempo?, y lo mismo con los demás eventos (dado, bolas, etc.); permite escoger hasta tres eventos al tiempo. Haga clic en el número de eventos deseados y clic en Ok.

¿Cómo funciona el programa *Probability Explorer*?

Una vez seleccionado el tipo de experimento, aparece la ventana principal donde en la parte superior se muestran la barra de menú y la barra de herramientas del programa. En la barra de menú despliegue Archivo (**File**) y guarde su experimento (**Save as**), cree una carpeta con su nombre y asígnele un nombre al archivo relacionado con el experimento (ejemplo: **Carpeta:** Pedro Sánchez. **Archivo:** 2 dados).

En la barra de menú también encontramos:

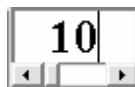
- **Menú Archivo:** Donde aparecen las funciones como: Nuevo experimento, Abrir, Cerrar, Guardar, Guardar como, Imprimir y Salir.
- **Menú Opciones:** Ofrece las posibilidades de modificar la velocidad de la simulación (baja, media y rápida). También ofrece la posibilidad de ocultar (**Hide**) ó mostrar (**Show**) los íconos de datos.

En la **barra de herramientas** encontramos varios íconos con una función específica:

- **Correr Experimento:** Con solo hacer clic sobre éste icono se inicia la simulación del experimento, de acuerdo al número de pruebas asignadas.



- **Número de pruebas:** En esta barra se escribe el número de pruebas (**trials**) ó lanzamientos que se desean ejecutar: de 1 en 1, de 2 en 2, 10 en 10, etc. máximo pueden ser 500 pruebas en un solo clic, pero se pueden repetir de forma acumulada haciendo nuevamente clic en el primer icono.



- **Pausa:** Haciendo clic en este icono se puede detener la simulación en el momento que desee el usuario, cuando el número de pruebas es grande.



- **Total de pruebas:** Es una barra que controla el conteo del total de pruebas realizadas en el experimento, así, se pueden ejecutar 10 pruebas, luego 20 pruebas, entonces en esta barra se muestra un total de 30 pruebas realizadas.



- **Borrador:** Elimina los datos obtenidos para repetir el mismo experimento desde cero pruebas.



- **Hacer esto:** Abre una ventana que permite escoger el evento que desea sacar. (Ej. Yo quiero que salga Cara).



- **Correr hasta:** Abre una ventana que permite escoger uno evento para que el experimento corra hasta que salga determinado resultado. (Ej. Yo quiero que corra el experimento hasta que salga un sello).



- **Balanza:** Abre una ventana que muestra las opciones que tiene cada evento de salir y permite simular una moneda ó dado cargado. (Se puede ocultar en el menú de Opciones).



- **Apilar Columnas:** Tiene como función organizar los íconos que representan los datos del experimento (Ej. Los íconos que representan la cara ó sello de la moneda) en columnas a medida que corre la simulación. Cuando el número de pruebas es muy alto, las columnas se desbordan y se desordenan.



- **Formar en orden:** Tiene como función presentar los iconos de resultado del experimento en el orden en que van saliendo, formando 10 columnas. (Ej. T-T-T-S-S...).



- **Enumerar todos:** Tiene como función mostrar en una ventana el historial del experimento todos los resultados enumerados a medida que aparecen.



- **Gráfico de torta (Pie Graph):** Al hacer clic sobre el muestra un gráfico circular cuya apariencia depende de la proporción en los resultados. Cambia a medida que corre el experimento. Se puede copiar y pegar en el block de notas.



- **Gráfico de barras (Bar Graph):** Al hacer clic sobre el muestra un gráfico barras cuya apariencia depende de la proporción en los resultados. Cambia a medida que corre el experimento y muestra la escala de medida. Se puede copiar y pegar en el block de notas.



- **Tabla de datos (Data Table):** Muestra los resultados de la simulación clasificando los eventos, donde aparecen las cantidades como una cuenta (**count**), en forma de fracción (**fraction**), en forma decimal y en forma de porcentaje (**percent**). Cambia a medida que corre el experimento. Se puede copiar y pegar en el block de notas.



- **Block de notas (Note Bock):** Permite al estudiante describir y recolectar las conclusiones a que puede llegar en uno o varios experimentos y pegar tablas de resultados y gráficos. Pero tiene el inconveniente de que por el tamaño no se distingue claramente la información, por lo que se aconseja usar el editor de texto (**Word**) para copiar y pegar gráficos y tablas de datos, así como describir las conclusiones relevantes.



¿Cómo empiezo a simular un experimento?

- Para hacer lanzamientos o pruebas uno por uno, haga clic en el primer icono: “*correr experimento*” (**run experiment**). Haga clic para hacer 5 pruebas una por una.
- Para **borrar** los resultados y empezar de nuevo el experimento, haga clic en el icono “*borrar*”. Hágalo. Cerciórese que el contador del *Total de pruebas* quede en cero 0.
- Para hacer 20 pruebas seguidas por **primera vez**, ubique el cursor en el icono “*número de pruebas*”, modifique el valor y haga clic en “*correr experimento*”. **Hágalo**.
- Para hacer 20 pruebas **adicionales** solo deben hacer clic nuevamente en el icono “*correr experimento*”, de tal forma que los resultados se suman a los obtenidos en las 20 pruebas anteriores. **Hágalo**.
- Para **completar** 100 pruebas en la misma simulación solo deben tener en cuenta el número “*Total de pruebas*” que ya se han realizado y escribir en la barra de “*Número de pruebas*” el número que hace falta para completar. **Hágalo**.
- Para **cambiar de experimento**. Vaya al menú Archivo y haga clic en Nuevo Experimento. Aparece la ventana inicial donde puede seleccionar el experimento que desea trabajar.
- Para **cambiar la velocidad** de la simulación vaya al menú de “*Options*” y seleccione la velocidad deseada, por defecto aparece en velocidad media. Corra 100 pruebas adicionales y cambie la velocidad a rápida (**Fast**).
- Para organizar los datos **en columnas** haga clic en el icono respectivo. Borre los resultados hechos hasta ahora y corra 40 pruebas organizadas en columna.
- Para cambiar la presentación de los datos **conservando el orden** en que aparecen haga clic en el icono “*formación*”. Corra 10 pruebas en formación. **Hágalo**.
- Para usar el **historial de resultados** haga clic en el icono “*enumerar todos*” sirve para buscar cual es el número más largo de eventos repetidos. **Haga** 50 pruebas y busque el número más grande de caras o sellos seguidos.
- Para **usar los gráficos** de barra y de torta. En cualquier experimento aparece siempre el de barras pero el circular no siempre. Mantenga activo los dos tipos gráficos, corra cualquier número de pruebas y observe como cambia la forma de los gráficos. **Hágalo**.
- Para **usar la tabla de datos**. Borre las pruebas realizadas e inicie uno nuevo con 100 pruebas manteniendo abierta la ventana *Data Table* y observe como cambian los valores a medida que aumenta el número de pruebas, haga una pausa en cualquier momento y analice los valores que aparecen en ella. Para experimentos de dos o tres eventos al tiempo, aparece en la parte superior una opción para presentar los resultados de la simulación teniendo en cuenta el orden o lo contrario.

The screenshot shows the 'Data Table' window with the 'NotOrdered' dropdown menu selected. The table contains three rows of data, each with two event icons (H for heads, T for tails) and their corresponding counts, fractions, decimals, and percentages.

		Count	Fraction	Decimal	Percent
H	H	34	34/100	0.34	34.0%
H	T	44	44/100	0.44	44.0%
T	T	22	22/100	0.22	22.0%

The screenshot shows the 'Data Table' window with the 'Ordered' dropdown menu selected. The table contains four rows of data, each with two event icons (H for heads, T for tails) and their corresponding counts, fractions, decimals, and percentages.

Event 1	Event 2	Count	Fraction	Decimal	Percent
H	H	34	34/100	0.34	34.0%
H	T	23	23/100	0.23	23.0%
T	H	21	21/100	0.21	21.0%
T	T	22	22/100	0.22	22.0%

- Para copiar un gráfico o tabla de datos. El programa permite copiar solo las ventanas en cuya parte superior aparece la palabra “Copy”, basta con hacer clic en éste y luego hacer clic en pegar dentro de la ventana del block de notas. O bien se puede pegar en el procesador de texto Word, dependiendo de lo que desee hacer el usuario. Copie una tabla de datos y un gráfico de barras dentro del block de notas y en Word. **Hágalo.**

En la tercera parte se pretende ejecutar las opciones del menú, así como la función de los iconos del programa directamente en la simulación de un experimento de la moneda equiprobable, para que el participante se familiarice con el programa y el lenguaje.

Tercera parte el lanzamiento de una moneda

1. Inicie un nuevo experimento de monedas (File - New Experiment – Coins – 1 solo evento al tiempo).
2. Corra 10 pruebas y observa los resultados en las distintas representaciones del programa (tabla de datos, diagrama de barras). Organice la ventana para ver simultáneamente todas las representaciones. No las Cierre.
3. Ordene los resultados (Line Up).
4. Clasifique las caras y sellos en apilar columnas (Stack).
5. Observe la caja de pesos del experimento (Icono de la balanza), haga clic para ver los pesos de las monedas en forma de fracción y porcentual. (Show = Mostrar, Hide = Ocultar).
6. Abra el historial de pruebas (List All) y detalle los resultados.
7. Abra el block de notas. Copie el diagrama de barras y péguelo (copie - paste picture). Copie y pegue también la tabla de resultados. Escriba alguna conclusión del resultado de las 10 pruebas. Cierre el block de notas.
8. De clic sobre el icono correr experimento y observe como cambian de manera simultánea las representaciones.
9. Cambie la velocidad de media a rápida (Options - Simulation Speed – Fast) y corra 100 pruebas. Guarde el diagrama de barras y la tabla de resultados en el block de notas. Escriba una nueva percepción de cómo cambiaron los resultados.
10. Complete las 500 pruebas y observe los resultados. Guarde la información en el block de notas y añada una nueva conclusión. Intente determinar el mínimo número de pruebas necesarias para estabilizar los resultados y obtener el valor de probabilidad clásica en el lanzamiento de una moneda.
11. Guarde el archivo como ***simulación I.***

La cuarta parte tiene como propósito manipular simulaciones con los dados, específicamente con dos eventos y poner a prueba la habilidad de los estudiantes en el manejo de los pesos de un espacio muestral, así como identificar la diferenciación de espacios muestrales en un mismo experimento. ($S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y $S_2 = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$) Al igual que en el experimento anterior se da la libertad al participante de correr el número de pruebas necesarias para poner a prueba el manejo frecuencial de la probabilidad en el simulador y detectar si se realizan repeticiones del experimento ó comparaciones con otros compañeros para confrontar resultados.

Cuarta parte la suma de dados

1. Vaya a Archivo – New Experiment.
2. Seleccione el experimento con dado de 6 caras y elija 2 eventos al tiempo.
3. Este experimento permite simular el lanzamiento de dos dados al tiempo y analizar los resultados de la suma. ¿Cuál resultado cree que es más probable obtener? (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12) ¿Son todos los resultados equiprobables?
4. Ejecute 10 pruebas a velocidad baja (Slow) y observe al mismo tiempo el gráfico de barras.
5. Corra las pruebas necesarias, analice los cambios en la tabla de datos y en el gráfico de barras. Registre sus observaciones en el block de notas.
6. Utilice el simulador para encontrar el valor de probabilidad de cada evento.
7. Construya el espacio muestral del experimento, es decir, los posibles resultados de los dados para cada valor de suma. ¿Es un espacio equiprobable?
8. Complete la caja de pesos para cada resultado con base al espacio muestral anterior.

Resultado	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Peso											
Fracción											

9. ¿Cuál es el valor de probabilidad de cada suma de números en el lanzamiento de dos dados?
10. Guarde el archivo como *simulación II*.

Un ejercicio similar se puede realizar con la diferencia de los números que aparecen en los dados, solo debe desplegar el menú de la tabla de datos, elegir “differences” y hacer clic en “sort now”. En este mismo menú puede manipular el espacio muestral, teniendo en cuenta el orden del resultado de los dados “ordered” (ejemplo: 5:1 y 1:5) o sin tener en cuenta el orden “not ordered” (ejemplo: solo 1:5).

SESIÓN II

En la quinta parte se propone un nuevo ejercicio de probabilidad condicional con bolas de colores en un espacio equiprobable, con el objetivo de modificar la creencia de que el resultado de una segunda extracción con sustitución DEPENDE del resultado de la primera extracción.

Quinta parte ¿De quien depende?

Se tiene una urna con tres bolas de color rojo y tres de color negro. Y se realizan sucesivas extracciones con sustitución.

1. ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola de color rojo en la primera extracción?
2. ¿Cuál sería el espacio muestral del experimento si se realizan en cada prueba dos extracciones con sustitución?
3. ¿Cuál cree usted que es la probabilidad de extraer una bola roja en la segunda extracción con sustitución? Argumente su respuesta.
4. Abra un nuevo experimento en el programa *Probability Explorer* y elija: “Design own your experiment”.
5. Seleccione una bola negra y una roja. Cierre la ventana.

6. Elija dos eventos al mismo tiempo en la ventana emergente.
7. Abra la caja de pesos y configure una urna con tres bolas rojas y tres negras, haciendo clic sobre cada bola.
8. Habiendo configurado la urna de nuestro experimento, utilice el simulador para corroborar la respuesta del segundo punto.
9. ¿Qué puede concluir del experimento?

En la sexta parte se quiere proponer una situación que requiere el uso del programa. La situación consiste en configurar una urna con diferentes cantidades de bolas (2 rojas y 3 negras, por ejemplo), se oculta la caja de pesos y la configuración de la urna con la opción Hide Weight y Hide Marble respectivamente, para que los participantes descubran el número de bolas que hay en la urna con tan solo ejecutar pruebas. En esta situación, los participantes deberán realizar simulaciones a largo plazo para estabilizar el valor de las frecuencias relativas, aproximando el valor de probabilidad y estableciendo la relación entre dicho valor y los posibles espacios muestrales que pueden corresponder al experimento definido.

Sexta parte adivine lo que tengo en la bolsa.

1. Inicie un nuevo experimento con urnas (marbles in a bag).
2. Aparece una ventana donde usted puede configurar el experimento. Seleccione la clase y cantidad de bolas que quiera (haciendo clic sobre cada bola). Cierre la ventana.
3. Simule el experimento. Observe los resultados en las distintas representaciones y haga sus registros en el block de notas.
4. Guarde el archivo como ***simulación III***.

Ahora, se tiene una bolsa con un número desconocido de bolas de diferentes colores y se desea conocer la cantidad exacta de bolas que hay en la bolsa y su correspondiente color. ¿Cómo se podría resolver en la vida real?

Una vez concluida la discusión, los talleristas pasan por cada equipo para modificar la caja de pesos y ocultarla, al igual que la configuración de la urna de bolas. Con el propósito de poner a prueba su destreza para averiguar la configuración de la caja de urnas a partir del análisis frecuencial de los resultados.

5. Ahora espere que los talleristas pasen por su equipo para configurar la urna.
6. Tiene una urna con un número de bolas y color desconocido. Determine la cantidad de bolas de la urna. Justifique el proceso y su solución haciendo registros en el block de notas.
7. Guarde el archivo como ***simulación IV***.